

DOI: <http://dx.doi.org/10.30972/eitt.604395>

# Componentes electrotécnicos: Algunas consideraciones para el diseño de inductores de simple capa y núcleo de aire

Mag. Ing. Emilio Fabián Scozzina(\*)

## Resumen.

El objetivo de este trabajo, es presentar aspectos básicos en la construcción de inductores de simple capa de núcleo de aire. Se realizan diseños prácticos aplicando el método de cálculo tradicional, con correcciones mediante coeficiente de Nagaoka. Se analizan los resultados teóricos obtenidos, respecto de las mediciones efectuadas en inductancias construidas a tal efecto. También se prestan la comparación de resultados aplicando las formulas usada en el diseño de inductores.

Palabras Claves: Inductor, construcción, simple capa.

## 1. Introducción.

Este término "inductancia" fue acuñado por primera vez por Oliver Heaviside en año 1886. Para representaciones circuitales se le asignó por convención la letra L, en honor a Heinrich Lenz. Básicamente, un inductor de núcleo de aire, consiste en un arrollamiento de hilo conductor aislado, formado espiras concéntricas agrupadas un alado de otras (solenoides).

La inductancia resultante es directamente proporcional al número de espiras (vueltas del conductor) y su diámetro, es inversamente proporcional a la longitud de la bobina. La permeabilidad del interior del arrollamiento en aire, se puede asimilar al vacío para fines prácticos,  $10^{-7} \text{Hy/m}$ . Para avanzar en

(\*) Magister Ingeniero Emilio Fabián Scozzina

Contacto: [efscozzina@gmail.com](mailto:efscozzina@gmail.com) | Tel. Celular: 0362-15-4527366.

desarrollo partimos de la definición formal de inductancia:

$$L = \mu_0 \frac{N\Phi}{i} [\text{Hy}]$$

Supongamos que tenemos una densidad de flujo  $B$ , que atraviesa todas las espiras, de modo que no existan pérdidas entre espiras, es el campo se cierra por los extremos del solenoide.

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{\ell} [\text{Teslas}]$$

Flujo magnético será:

$$\Phi = \mu_0 \frac{NiA}{\ell} [\text{Wb}]$$

En nuestro desarrollo consideramos un inductor ideal, o de lámina (sheet) a la que llamamos  $L_s$ . Esta inductancia "ideal" tiene su relación de proporciones, largo a diámetro, mayor diez o más, y el diámetro de alambre se considera despreciable. El inductor de lámina se asemeja mucho a una hoja de papel arrollada y una relación de largo a diámetro del cilindro 50/1, bajo estas consideraciones se puede aproximar a un inductor ideal.

$$L_s = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = \mu_0 \frac{N^2 \pi a^2}{\ell} [\text{Hy}]$$

Necesitamos llevar la expresión a una forma más operacional y práctica, que nos permita construir en el taller con unidades adecuadas, para ello expresamos la ecuación en micro henrios y las dimensiones en centímetros.

$$L_s = 4\pi^2 \times 10^{-7} \frac{N^2 a^2}{\ell} K = 39,438 \times 10^{-7} \frac{N^2 a^2}{\ell}$$

$$L_s = 0,039438 \frac{N^2 a^2}{\ell} [\mu\text{Hy}] = \frac{625^2 1,65^2}{32,5} = 1395,8 \mu\text{Hy}$$

Hacia 1908, el profesor Hantaro Nagaoka en la universidad de Tokio, investigo sobre la diferencia que existía entre el cálculo de los inductores ideales respecto de los reales y su relación con el ***largo y su diámetro***, es decir su ***factor de forma***.

A partir de allí, publicó una serie de coeficientes que son las correcciones necesarias a realizar en las construcciones de inductores operativos. Es común que los inductores reales no tengan los mismos valores que los calculados, y deba ajustarse la magnitud en forma práctica.

Los inductores por lo general tienen distintas formas y relaciones diámetro/largo. Estos se alejan de los resultados obtenidos con la fórmula de un inductor ideal y hay que afectarlos de un parámetro de corrección.

Para ello propone afectar a la inductancia  $L_s$  de un coeficiente de corrección  $K$ , llamado coeficiente de Nagaoka. Este coeficiente  $K$ , se encuentra en función de la relación de forma "**Diámetro/Longitud**" de la bobina. Además, propone y dos constantes adicionales de corrección  $A$  y  $B$  que se utilizan particularmente cuando

las espiras de los inductores están separadas. Para el caso de  $L$  mucho mayor que  $0,33$  diámetros, se ocupa la aproximación se coeficiente  $K$ :

$$K = \frac{1}{1 + 0,45 \frac{D}{\ell}} \cong 0,956$$

Para relaciones en las cuales el diámetro y el largo son proporcionales se utiliza:

$$K = \frac{1}{1 + 0,9 \left(\frac{a}{\ell}\right) - 2 \times 10^{-3} \left(\frac{a}{\ell}\right)^2} \approx 0,94$$

COEFFICIENTS OF SOLENOIDS.

31

TABLE OF  $K$  AS FUNCTION OF  $\frac{\text{Diameter}}{\text{Length}}$

Diameter Length	$K$	$A_1$	Diameter Length	$K$	$A_1$
0'00	1'000 000	-0'004 211	0'30	0'883 803	-0'006 494
0'01	0'995 769	-0'004 207	0'31	0'880 305	-0'006 476
0'02	0'991 562	-0'004 181	0'32	0'876 829	-0'006 458
0'03	0'987 381	-0'004 157	0'33	0'873 377	-0'006 439
0'04	0'983 224	-0'004 132	0'34	0'869 948	-0'006 400

Figura: Se puede ver la tabla publicada por Nagaoka, en su publicación "The Inductance Coefficients of Solenoids". Journal of the College of Science, Imperial University. Volumen XXVI. Año 1909. Pp. 1-33

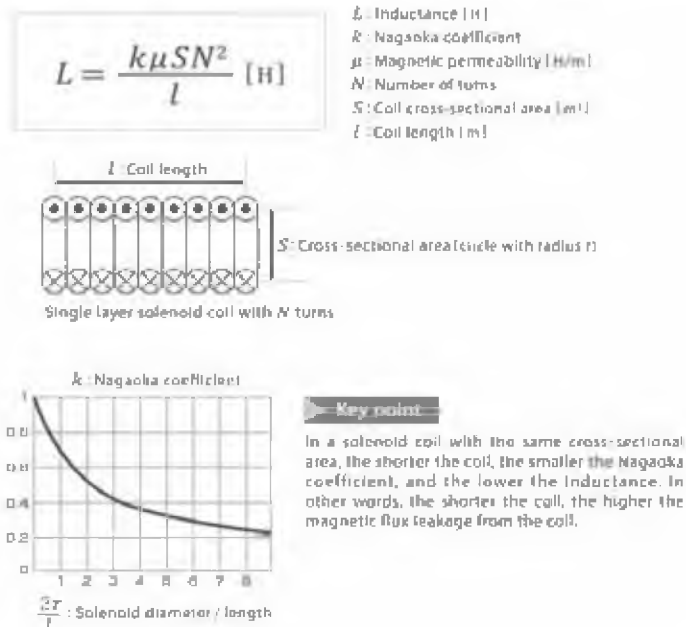


Figura Se muestra un gráfico disponible en sitio web de la empresa TDK donde figura la corrección Nagaoka [https://www.tdk.com/tech-mag/electronics\\_primer/1](https://www.tdk.com/tech-mag/electronics_primer/1)

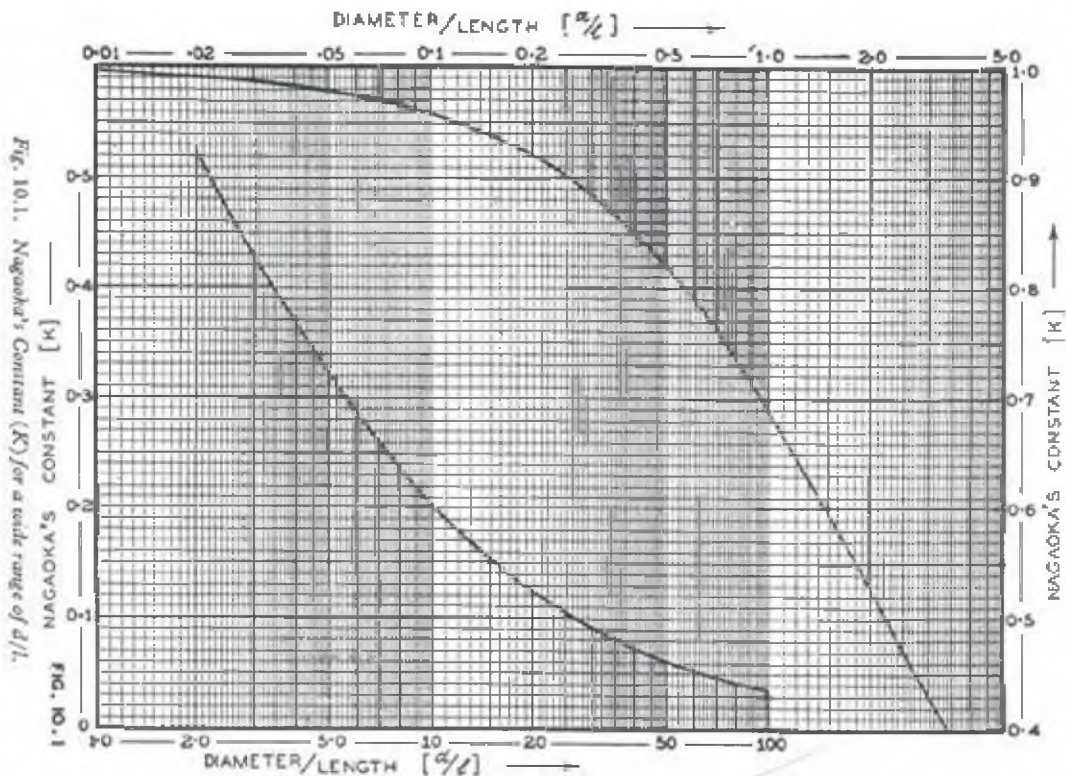


Figura: Se puede ver el coeficiente de Nagaoka graficado en función de la relación Diámetro/Longitud  
 En nuestro ejemplo  $(33/32,5)=1,01$  para nuestro caso  $K=0,95$ .

$$L_s = 0,039438 \frac{N^2 a^2}{\ell} K = 1.326,01 [\mu H y]$$

Los datos prácticos de nuestro inductor, construido. Datos del ejemplo:

N: 625 vueltas.

D: Diámetro del conductor 0,50 mm.

D': Diámetro del conductor medido incluyendo el aislante: 0,52 mm

K: Coeficiente de Nagaoka, datos de tabla 0,95

l: Longitud del inductor 32,5mm

a: radio real del inductor  $33\text{mm}/2=16,5\text{mm}$

¿Veamos qué papel juegan los parámetros de corrección **A** y **B**? para el caso de espiras contiguas y sin separación. La expresión final del inductor de lámina corregido queda para un paso de 0,5mm:

$$L = L_s \left[ 1 - \frac{\ell}{\pi a N K} (A + B) \right] = 1314,09 \text{ } [\mu\text{Hy}]$$

Es común para cálculo operacional utilizar las fórmulas de aproximación de A y B.

$$A \cong 2,3 \log 1,7 S \approx 0,53$$

$$B \cong 0,336 \left[ 1 - \left( \frac{2,5}{N} + \frac{3,8}{N^2} \right) \right] = 0,32$$

El factor de corrección que incluye A y B, es despreciable para este caso ya que las espiras están juntas unas con otra y representa  $8,98 \times 10^{-3}$  es decir que multiplica el valor de  $L_s$  por 0,991, (o su equivalente 11,9uHy).

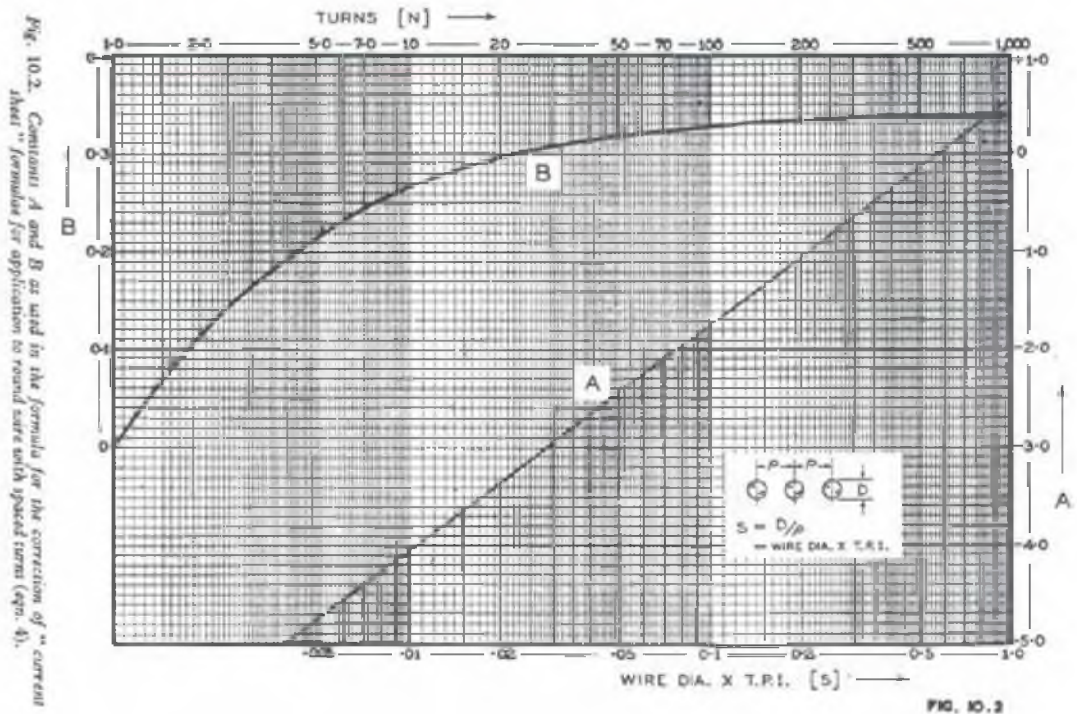
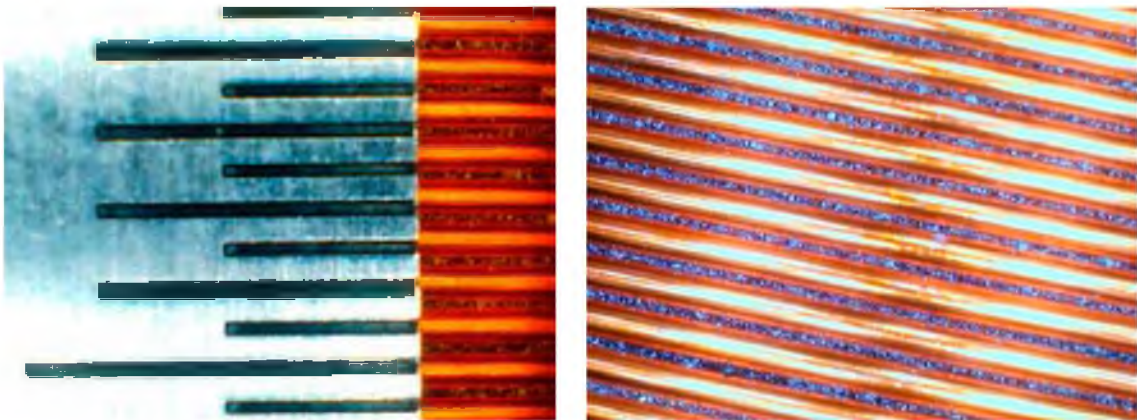


Figura Factores de corrección A y B, se utilizan en inductancias con espiras separadas.

### Material utilizado para el arrollamiento.

Se utilizó un alambre de cobre esmaltado para bobinados IMSA modelo EDFLEX de parámetros eléctricos conocidos, cuya aislación es en base de resinas poliesterimida y sobre capa de Amida — Imida. La rigidez dieléctrica a temperatura ambiente 4.100 V Clase térmica 200°C.

Gran respuesta a temperaturas elevadas y muy buena rigidez dieléctrica, presentando un ángulo de pérdidas de 0,001 en el rango de temperaturas 0-200°C. El espesor alamabre con aislante es de 0,5 y 0,25 mm, medido con micrometro. Es comun utilizar este material hasta 100 MHz. Se construyeron diez inductores.



*Figura Vista del paso de espiras al microscopio.*

### Formulas empíricas para el cálculo de inductores:

El diseño de un inductor de núcleo de aire de una capa se puede realizar de forma tradicional utilizando la fórmula de Maxwell o Nagaoka. Otros investigadores desarrollaron fórmulas empíricas más simples que nos brindan una aproximación muy buena y son suficientes para fines prácticos. Presentamos un compendio de estas fórmulas.

#### Formula de Esnault-Pelterie.

La fórmula está basada en la adaptación del coeficiente **K** de Nagaoka, hecha por el investigador, en ella se introducen los valores dimensionales expresados en pulgadas, y el resultado arrojado es en micro henrios.

$$L_s \approx 0,1008 \left[ \frac{a^2 N^2}{\ell + 0,92a} \right]$$

Precisión	Relación de forma
0,1%	Diámetro /largo entre 0,2 y 1,5

$$L_s = \frac{a^2 N^2}{\left[ 9 - \left( \frac{a}{5\ell} \right) a + 10\ell \right]}$$

Precisión	Relación de forma
2 %	Diámetro /largo superior a 20
+2%	Diámetro /largo 2 a 3,5
-2%	Diámetro /largo 10 a 12

#### Formula de Wheeler (1928).

La primera fórmula desarrollada de Wheeler se basa en una adaptación de la expresión de la inductancia de lámina  $L_s$ .

$$L_s = 0,039438 \frac{N^2 a^2}{\ell} K [\mu Hy]$$

$$L_s = \left[ \frac{4\pi a K}{\ell} \right] a N^2 10^{-3} [\mu Hy]$$

Se define para un parámetro J (factor de forma) y se grafica en función del Diámetro/longitud y la inductancia L queda en función de este parámetro.

$$J = \left[ \frac{4\pi a K}{\ell} \right]$$

$$L = J a N^2 10^{-3} [\mu Hy]$$

Para relaciones longitud de la bobina mayor a 0,8 del radio.

$$J 10^{-3} \approx \frac{\text{radio}}{(9\text{radio} + 10\text{largo})}$$

Formula de Harold Wheeler (1928), suele estar expresada en el sistema métrico inglés, las dimensiones en pulgadas, y el resultado en microherios. Donde **a** es el radio, **b** es el largo de la bobina y **N** el número de vueltas, es común hallarla con estas nomenclaturas

$$L = \frac{a^2 N^2}{(9a + 10b)}$$

Dado que en Argentina se utiliza el sistema métrico, necesitamos adaptar la fórmula para el sistema métrico (CGS), donde **D** es el diámetro en cm, **N** el número de vueltas y **l** la longitud en cm.

$$L = \frac{D^2 N^2}{(9D + 100l)}$$

Precisión	Relación de forma
1%	Largo / Diámetro > 0,4
No recomendable.	Para bobinas cortas.

Wheeler (1982) publicó la llamada "fórmula larga" que sirve para calcular un inductor de una sola capa con un error inferior a ± 0.1%, tanto bobinas largas como cortas.

$$L = 0,0002 \pi D_k N^2 \left[ \ln \left( 1 + \frac{\pi}{2k} \right) + \frac{1}{2,0034 + 3,437k + 1,7636k^2 - \frac{0,47}{\left( 0,755 + \frac{1}{k} \right)^{1,44}}} \right]$$

Donde **D<sub>k</sub>** es el diámetro de la bobina en mm, **N** es el número de vueltas y **k=L/D<sub>k</sub>** es un factor de forma, que se toma la relación largo diámetro.

Precisión	Relación de forma
0,1%	Largas y cortas



## Resultados:

Existen otras mejoras en cálculo y diseño de inductores, uno de ellos fue hecho por R. Lundin (1985). Desarrollo dos fórmulas una para bobinas cortas y otra para bobinas largas, su aporte está basado en un cálculo muy exacto del coeficiente de Nagaoka del orden a ( $\pm 0.0003\%$ ). Con el tiempo el cálculo empírico ha mejorado con los trabajos de R. Rosenbaum y R. Weaver. Estos cálculos implican que la precisión muy buena, donde los cálculos de diseño superan los métodos de construcción y medición convencional.

<b>Nagaoka ls</b>	<b>Wheeler</b>	<b>Esnault-Pelterie.</b>	<b>Wheeler (1985)</b>
1395,809	1353,839	1341,876	1337,504

*Tabla de Resultados comparando las formulas presentadas en el trabajo para ejemplo, todos con resultados similares.*

Para verificar el comportamiento de la fórmulas se construyeron diez inductores, y se realizaron mediciones comprando los valores reales respecto de las fórmulas.

N°	Parámetros físicos				Mega By I		Unit T		Teórico	
	a(cm)	d mm	l(cm)	N	K	L mHy	Rs	LmHy	Rs	L uHy
1	1,65	0,5	32,5	625	0,956	0,98	5,4	1,052	5,5	1234,11
2	1,65		32,5	625		0,94	5,4	1,051	5,6	
3	1,175	0,5	33	660	0,968	0,44	3,7	505	4,0	696,4
4	1,175		33	660		0,48	4,0	537	4,0	
5	1,175		33	660		0,45	3,9	505	4,0	
6	1,175		33	660		0,48	4,0	547	4,1	
8	1,27	0,25	27	900	0,958	3,0	50,15	3,34	50,7	2636,32
9	1,27		27	900		3,0	50,8	3,30	51,2	
10	1,27		27	900		2,9	50,7	3,35	51,8	

*Tabla Inductores construidos resultados medidos vs teóricos.*

## Efectos capacitivos:

La capacidad distribuida entre las espiras se puede determinar por un método de resonancia.

$$L_{\text{aparente}} = L \left( 1 + \frac{C_{\text{distribuida}}}{C_{\text{sintonia}}} \right)$$

La capacidad parasita de la bobina se puede estimar por la fórmula de Medhurst, expresada en pF y centímetros:

$$C_{parasita} = K \cdot Diametro [pF]$$

$$K = 0,100976 \left( \frac{Largo}{Diametro} \right) + 0,30963$$

La solución de Medhurst fue muy práctica, comenzó a realizar mediciones de capacitancia parasitas en una gran cantidad de bobinas. Estas bobinas estaban enrolladas en varillas de poliestireno sólido. Luego corrigió los datos y los ajustó a la siguiente fórmula de regresión, teniendo en cuenta que el coeficiente 0.1126 es  $40 / \pi$ .

**TABLE 1**

$\left( \frac{Length}{Diameter} \right)$	<i>H</i>	$\left( \frac{Length}{Diameter} \right)$	<i>H</i>	$\left( \frac{Length}{Diameter} \right)$	<i>H</i>
50	5.8	5.0	0.81	0.70	0.47
40	4.6	4.5	0.77	0.60	0.48
30	3.4	4.0	0.72	0.50	0.50
25	2.9	3.5	0.67	0.45	0.52
20	2.36	3.0	0.61	0.40	0.54
15	1.86	2.5	0.56	0.35	0.57
10	1.32	2.0	0.50	0.30	0.60
9.0	1.22	1.5	0.47	0.25	0.64
8.0	1.12	1.0	0.46	0.20	0.70
7.0	1.01	0.90	0.46	0.15	0.79
6.0	0.92	0.80	0.46	0.10	0.96

*Tabla Summarized from Medhurst in Wireless Engineer V24.281 (Feb 1947) page 35, and V24.282 (May 1947), p. 80 by Rzeszotarski C (pF) = {K x Diámetro} (cm) where K is an empirical function of Length/Diameter.*

**Bibliografía:**

- Nagaoka a. Sakurai: Tables of Theta Functions, Elliptic Integrals K and E, and other Functions associated with them, Tokyo, (1922)
- Nagaoka: Journ. Coll. Sci. 27 (1909) Art. 6, p. 18; Rosa a. Grover; Bull. Bur. Stand. 8 (1912) 119.
- Nagaoka: Journ. Coll. Sci. 16 (1903) Art. 15 ; Phil. Ma-. 6 (1903) 19 ; Tokyo Phys. Math.Soc. Proc. 6 (1911) 156; 9 (1917) 85.
- 7) L. King: Direct Calculation of Elliptic Functions and Integrals, Cambridge (1924).
- R. Clarke, "An introduction to the air cored coil". [http://info.ee.surrey.ac.uk / Workshop/advice/coils/air-coils.html](http://info.ee.surrey.ac.uk/Workshop/advice/coils/air-coils.html).
- H. Nagaoka, "The Inductance Coefficients of Solenoids". Journal of the College of Science, Imperial University, Volumen XXVI. Año 1909. Pp. 1-33.
- H.A. Wheeler, "Simple Inductance Formulas for Radio Coils". Proceedings of the Institute of Radio Engineers. Volumen 16. No. 10. Agosto 2006. Pp. 1398-1400.
- M.T. Thompson, PhD, "Inductance Calculation Techniques". <http://www.pci.m.com> <http://www.thompsonrd.com/induct2.pdf>
- F.W. Grover. "Inductance Calculations: Working Formulas and Tables". Octubre 2009. Dover Publications. New York, USA.
- "Multilayer Air Core Inductor Calculator. <http://www.pronine.ca/multind.htm>. Junio 2016.
- H.B. Brooks. "Design of standards of inductance and the proposed use of model reactors in the design of air-core and iron-core reactors". Bureau of Standard Journal of Research. Research Paper 342 (RP342). Volumen 7. No. 2. 12 mayo 1931. Pp. 289-328.
- Ness Engineering. Brooks Coil Formulas. Ness Engineering, Inc. <http://www.nessengr.com/techdata/brooks/brooks.html>. Junio 2016.
- R.Weaver's single-layer coil winding empirical formula - analysis and the derivation 2012
- Formulas and Tables for calculation of mutual and self-inductance - T.B.Rosa, F.W.Grover 1916
- R.Weaver numerical method for Rosa's Round Wire Corrections