10.30972/fac.3306838

Ingreso FaCENA 2022: hacia un necesario cambio de paradigma en la enseñanza de la matemática. Avances y discusiones pendientes en la articulación entre los niveles medio y superior

Gorostegui, E. [1] y Vilotta, D. [2] (*)

Resumen

En este artículo presentamos el análisis de algunos ejercicios del campo del álgebra que formaron parte de la propuesta de trabajo con los ingresantes del año 2022 de la FaCENA-UNNE, como así también las reflexiones matemático-didácticas que nos suscitan, con el objetivo de realizar un aporte a la discusión sobre la articulación de los niveles medio y superior en esta área. Nos distanciamos de posturas que consideran al curso de ingreso como un momento de repaso de contenidos del secundario supuestos olvidados o no aprendidos previamente y necesarios para el nivel superior. En contraposición, lo consideramos como un espacio nuevo, donde los estudiantes, con distintos conocimientos de base, se sienten convocados a pensar, viéndose con posibilidades de aportar sus ideas para la construcción de conocimientos, nuevos para ellos, y propios de una articulación.

Palabras clave: Curso de ingreso, Modelización algebraica, Paridad del producto de números naturales.

Abstract

In this article we present the analysis of some exercises in the field of algebra that were part of the proposal to work with the 2022 FaCENA-UNNE students, as well as the mathematical-didactic reflections that they raise, with the aim of making a

1. Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste. E-mail: gorosteguie@comunidad.unne.edu.ar
2. Facultad de Ciencias Exactas, Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste. E-mail: diego.vilotta@comunidad.unne.edu.ar
(*) Cómo citar este artículo: Gorostegui, E. y Vilotta, D. (2023). Ingreso FaCENA 2022: hacia un necesario cambio de paradigma en la enseñanza de la matemática. Avances y discusiones pendientes en la articulación entre los niveles medio y superior. Revista Extensionismo, Innovación y Transferencia Tecnológica : claves para el desarrollo, 8(1), 15- 28. http://dx.doi.org/10.30972/fac.3306838

contribution to the discussion on the articulation of the middle and higher levels in this area. We distance ourselves from positions that consider the entrance course as a moment of revision of secondary school contents, supposedly forgotten or not previously learned and necessary for the higher level. On the contrary, we consider it as a new space, where students, with different basic knowledge, feel called to think, seeing themselves with the possibility of contributing their ideas for the construction of knowledge, new for them, and proper of an articulation.

Keywords: *Entrance course, Algebraic modeling, Parity of the product of natural numbers.*

Introducción

Un curso de ingreso a carreras universitarias puede pensarse como un primer acercamiento a la vida en una nueva institución para estudiantes que, en este caso, mayoritariamente, son egresados recientes del nivel secundario. En la FaCENA-UNNE se pensó en una propuesta que se denominó: “Acciones para la ambientación de los ingresantes ciclo lectivo 2022”, en la que se definieron distintos ejes de trabajo: Introducción a la Vida Universitaria; Matemática; Lectura y Comprensión de Textos; Competencias Digitales y Gabinete Psicopedagógico. Para cada uno de estos ejes el equipo de gestión de la Facultad designó a los profesores responsables tanto del diseño de las actividades como del dictado. En nuestro caso formamos parte del equipo que diseñó y gestionó las actividades correspondientes al eje: Matemática.

Específicamente el eje de Matemática representó un importante desafío para el equipo de profesores responsables a la hora de definir qué características tendría y en este sentido qué contenidos y actividades diseñar. Esta definición dio lugar a un conjunto de interrogantes que se constituyeron en la guía que permitió tomar las decisiones necesarias, aun cuando consideramos que los criterios adoptados pueden ser repensados y, quizás, ampliados y reformulados en futuros ingresos. Una primera cuestión fue qué contenidos priorizar, pero esta enunciación no puede ser pensada aisladamente, exige también plantearse en qué marco matemático y didáctico realizar la propuesta; qué conocimientos de partida de los ingresantes considerar; qué metodología de trabajo utilizar; qué estrategias de enseñanza y organización utilizar en las distintas tareas; qué materiales de estudio poner a disposición de los estudiantes; qué lugar otorgar a los recursos audio-visuales y a la información disponible en Internet, entre otros aspectos.

En este artículo presentamos el análisis de algunos ejercicios que formaron parte de la propuesta de trabajo con los ingresantes 2022 a la carrera del Profesorado en Matemática de FaCENA-UNNE, como así también las reflexiones matemático-didácticas que nos suscitan, con el objetivo de realizar un aporte a la discusión sobre la articulación de los niveles medio y superior en esta área, como así también sobre la formación matemática de los futuros profesores de matemática.

Desarrollo

El eje vertebrador de la propuesta lo constituyó la relación entre aritmética y álgebra en contextos de modelización. Esto incluye considerar los recursos algebraicos como herramientas que permiten resolver problemas, en contraposición a proveerles de antemano de un set de herramientas que, al no ser necesarias para tareas que se proponen a los estudiantes – dado que es el profesor quien decide y muestra cuándo y cómo usar cada herramienta - pueden ser vistas por ellos como conocimientos sin sentido, donde la promesa de un uso futuro no sustituye su razón de ser y, fundamentalmente, no sustituye el aprendizaje que se pretende lograr.

Se trata de la perspectiva asumida para la articulación entre los conocimientos de los niveles secundario y universitario que se fundamenta en el hecho de que no son temas totalmente nuevos para egresados recientes del secundario y, por otro lado, porque representan una buena base sobre la cual anclar los nuevos contenidos de la primera asignatura que cursarán en las respectivas carreras.

Presentamos a continuación las unidades de contenidos definidas:

Unidad N° 1: Expresiones algebraicas. La letra como variable. Operar en aritmética y operar con expresiones algebraicas. Propiedades de subconjuntos de N_0 (números pares e impares). Demostración de propiedades de suma y producto de expresiones algebraicas.

Unidad N° 2: Pasaje de la aritmética al álgebra. Modelización algebraica en sumas finitas e infinitas de números naturales.

Unidad N° 3: Números racionales. Operaciones en Q. Comparación y Orden en Q.

Unidad N° 4: Funciones. Variabilidad. Dependencia entre variables. Interpretación de gráficas. Funciones lineales y cuadráticas.

Desarrollamos a continuación el análisis de tres preguntas que consideramos representativas del tipo de tarea y discusión de los contenidos de la unidad 1. Optamos por presentarlas en un formato particular que, en este caso, es de selección de respuesta correcta. A pesar de la rigidez que este tipo de diseño de preguntas puede tener, destacamos su potencial - de las preguntas y sus opciones de respuesta - para las discusiones que consideramos muy importantes implementar y sostener con los estudiantes.

Si bien, como veremos, todas aluden al análisis de la paridad de los elementos de un conjunto de números - definidos por una expresión algebraica - donde la operación principal es una cuenta conocida por estudiantes egresados del secundario como es el producto de números naturales, sin embargo, la complejidad de cada actividad es diferente, lo que propicia el tratamiento de distintos aspectos del contenido.

Pregunta 1
Sea n un número natural, 5. (2n+1) será un número impar:
a) Sólo si n es par.
b) Sólo si n es impar.
c) Independientemente del valor que tome n.

Pregunta 2
Siendo "n" un número natural, señale la opción que considere correcta:
El producto (3n+1). (2n+1):
a) Siempre será par.
b) A veces será par.
c) Nunca será par.

Pregunta 3
Siempre que se multiplican dos números impares el resultado será impar.
Señale la opción que considere correcta.
a) Verdadero
b) Falso

En los tres problemas se pregunta por la paridad de un producto. En el primero uno de los factores es un número natural, es decir un factor donde no interviene una variable, en este caso se trata del número cinco y el otro es una expresión algebraica de los números impares; en el segundo, cada factor es la expresión algebraica de un número y, en el último, se caracterizan los factores coloquialmente. La pregunta en todos los casos es del campo de la aritmética, aunque en los dos primeros los números se expresan algebraicamente, sin embargo, la respuesta en todos puede elaborarse utilizando conocimientos aritméticos y/o algebraicos, lo que permite que sean abordables por todos los ingresantes con un mínimo de conocimientos.

Ahora bien, los temas involucrados en las preguntas que habitualmente se proponen tanto en el nivel medio como en el universitario, se abordan ya inmersos en el álgebra sin mediar una necesaria transición con el campo de la aritmética. Aquí cada una plantea una cuestión y, al mismo tiempo que se sostiene y retroalimenta de lo discutido, representa un nuevo desafío poniendo sobre la mesa la necesidad de nuevos conocimientos.

Respecto a si la expresión 2n+1 representa o no a todos los números naturales impares nos parece importante realizar algunas aclaraciones. En primer lugar, hacemos notar que para responder a la consigna tal como está planteada no hace falta considerar que 2n+1 representa a todos los números naturales impares, pero, claramente, es una cuestión importante a tratar con los estudiantes en el proceso de construcción de los conocimientos involucrados en estas actividades.

En segundo lugar, si n es un número natural, 2n+1 no caracteriza a todos los números naturales impares por estar excluido el 1. Para que se incluya el 1 hay al menos dos posibilidades: modificar la expresión algebraica restando 1 a 2n en lugar de sumar 1, resultando entonces la expresión 2n-1. Otra posibilidad es modificar el conjunto de referencia indicando que n pertenece al conjunto de los números naturales y el cero. Tal como se puede observar no consideramos estas opciones en el diseño de la consigna que propusimos a los estudiantes, aunque sí las previmos e incluimos en las discusiones colectivas.

La decisión de considerar 2n+1 en el diseño de la consigna se justifica desde un punto de vista didáctico, en tanto que priorizamos la comprensión de la tarea, la futura manipulación algebraica y la posibilidad de vincular la expresión con los conocimientos aritméticos de los estudiantes. Nos referimos a que la expresión habilita pensar en el siguiente de un número par y, por otro lado, no realizar tantas aclaraciones respecto del conjunto de referencia en una primera etapa exploratoria, considerando un conjunto conocido por los estudiantes.

En nuestra propuesta se trata, todo el tiempo, de un juego entre lo conocido por los estudiantes: los números naturales, la aritmética y lo algebraico vinculado a la aritmética a diferencia de lo que propone la facultad, en donde se espera que los estudiantes trabajen únicamente apoyados en un dominio definido por su estructura algebraica, que no se conoce todavía. Nos referimos a usar los axiomas que definen un conjunto y/o propiedades demostradas anteriormente y no partiendo del conocimiento aritmético de los estudiantes.

En el *primer problema* siempre será impar ya que es el producto del número 5 (impar) por (2n+1) que también es impar independientemente del valor que se asigne a n, ya que al sumar 1 a un número par cualquiera (2n), se tiene el siguiente del mismo que es impar.

Ahora bien, responder utilizando los conocimientos anteriores implica un largo recorrido. En esta propuesta de aprendizaje se optó por plantearles desde el inicio un producto que incluye en la consigna una expresión algebraica (problema 1), con el objetivo de discutir que una expresión de este tipo representa un número y que dependiendo de la forma que tenga, puede caracterizar distintos tipos de números.

Si bien en un inicio de elaboración de la respuesta se puede pensar en asignar distintos valores a la variable n de forma azarosa o con determinados criterios, el objetivo es que pasen de esta exploración numérica al análisis de la forma de la expresión, lo que conlleva entrar al mundo del álgebra.

Este pasaje no es espontáneo, sino que requiere de intervenciones del docente en un espacio colectivo de discusión - posterior a la resolución - donde, por ejemplo, se plantee cómo se explica que independientemente del valor que se asigne a la variable el resultado será impar. Se podría, incluso, apelar a un conocimiento aritmético como el de la tabla del 5, diciendo que no siempre el producto por 5 es impar. Este tipo de intervenciones obliga a poner la mirada sobre el otro factor del producto que es la expresión algebraica y concluir finalmente que se trata de la expresión no sólo de impares sino de todos los impares, aunque esto último no es necesario como argumento para responder a lo solicitado.

Dependiendo del desarrollo de la clase se puede incluir la discusión de que $2n+1$ representa a todos los números naturales impares - con $n \in N_0$ - a diferencia de, por ejemplo, $4n+1$ que si bien es una expresión donde todos son impares, no son todos los impares, o dejarla para más adelante.

Por otro lado, se podría pensar en una respuesta que se inicie por realizar efectivamente el producto: $5. (2n+1) = 10n + 5$, transformándose la pregunta por el producto en una pregunta por la suma de dos “nuevos” números: un múltiplo de 10 y 5.

En el *segundo problema* la paridad del producto está en dependencia del valor que se asigne a la variable por lo que la opción correcta es: “a veces”. Se trata de una opción que usualmente en matemática sólo se analiza desde una cuantificación universal y/o existencial, sin tener en cuenta que en esta última pueden presentarse situaciones muy diferentes y que su inclusión en una propuesta de aprendizaje representa un alto valor formativo para los estudiantes.

Desde el punto de vista de las cuantificaciones mencionadas - postura generalizada en el ambiente universitario- la pregunta pertinente hubiera correspondido al análisis del valor de verdad de la proposición: “El producto $(3n+1)$ $(2n+1)$ es impar” o de la proposición: “El producto $(3n+1)$ $(2n+1)$ es par”, reduciéndose únicamente a decidir si esas formulaciones son verdaderas o falsas, ocultándose otros conocimientos involucrados en el análisis de este producto. Teniendo en cuenta esta postura, se debería decir que ambas son falsas, pues basta con mencionar un valor de n para el cual dicho producto no sea impar o par respectivamente.

Ahora bien, desde nuestra perspectiva la inclusión de las opciones “siempre”, “a veces” y “nunca” en el análisis del producto, de algún modo -no sin la intervención oportuna del docente- ayuda a “desocultar” los conocimientos involucrados, lo que representa un plus respecto a la opción de respuesta “verdadero/falso”.

La existencia de números naturales que no cumplan con la condición no termina de describir la cuestión involucrada en este producto, ya que existen determinados valores de n para los cuales el producto es par y otros valores para los cuales esto no ocurre. La caracterización de los valores que determinan una u otra paridad es una tarea diferente a la búsqueda de un contraejemplo para invalidar una afirmación. Si n es impar el producto es par y si n es par el producto resulta impar.

En el marco de una pregunta como propuesta para discutir lo citado anteriormente podemos decir que, aunque para identificar la opción “a veces” como respuesta a la pregunta basta con exponer ejemplos donde se obtenga distinta paridad, consideramos interesante avanzar en un trabajo colectivo de confrontación de ideas con los estudiantes, en la búsqueda de una regularidad que permita identificar los casos en que el producto es impar y aquellos en los que es par, indispensable en una entrada al álgebra.

Lo anterior sumado a la necesidad de formular y validar las distintas conjeturas, habilita la entrada del álgebra como herramienta pertinente y eficaz para realizar esas tareas que, con la sola utilización de la aritmética se dificulta la validación formal de la conjetura.

Para estudiantes embarcados en la búsqueda de regularidades con recursos aritméticos, el álgebra viene a cubrir esa necesidad de materializar la conjetura en términos de expresiones matemáticas. Esto permite explicitar, manipularla, reconocer y darle una forma a la expresión final que indique sin ambigüedad la paridad del producto.

El reemplazo de la variable n por la expresión general de los números pares $2k$ o la de los números impares $2k+1$ permite una formulación general del producto, atrapando la incidencia de la paridad de la variable en la expresión original.

Anticipamos que la probabilidad de que sean los estudiantes los que realicen espontáneamente este reemplazo es baja y tendrá que ser el docente el que lo proponga. Ahora bien, presentarles este recurso algebraico después de haber realizado todo un trabajo previo de exploración y elaboración de conjeturas, no tiene el mismo nivel de significación para los estudiantes que presentarlo en un contexto donde todo el trabajo citado esté ausente y no sea perceptible la necesidad de una nueva herramienta.

Los conocimientos construidos a partir de las discusiones y conclusiones elaboradas en los dos problemas analizados - hay diferentes maneras de representar algebraicamente números impares, pero no todas las expresiones representan a todos los números impares - constituyen una buena base para abordar el nuevo desafío que representa el *tercer problema*.

Se trata de decidir sobre la validez de una proposición enunciada coloquialmente y que alude a una propiedad de los números naturales impares: el producto de dos números impares es impar.

En el plano algebraico puede responderse simbolizando y operando el producto de la siguiente manera:

$(2n+1)\,.\,(2m+1) = 4n.m + 2m + 2m + 1 = 2.\,(2n.m+n+m) + 1 = 2.k+1$, con lo cual queda demostrada la propiedad.

Como propuesta de aprendizaje el objetivo es discutir con los estudiantes cómo tratar algebraicamente este problema, lo que conlleva tomar decisiones en cuanto a la construcción de las expresiones algebraicas de dos números impares. En este sentido podrían surgir cuestiones como las siguientes: ¿Se debe usar la misma letra para ambos números o deberían ser distintas?¿$(2n+1)\,.\,(2n+1)$? o ¿$(2n+1)\,.\,(2m+1)$? ¿Por qué?

Para los estudiantes que hasta este momento han aceptado que $(2n+1)$ es una expresión que genera números impares, cualquiera sea el valor de n y que, además, genera todos los posibles, resulta difícil que ahora espontáneamente simbolicen ambos factores con letras distintas. En nuestra experiencia, para ellos es natural utilizar la misma letra y no ven la necesidad - en este producto - de que sean distintas.

Lo que está en discusión con los estudiantes - motorizado por este problema - es que, en álgebra, si bien se usa una letra para representar una variable que puede tomar un valor natural cualquiera, el utilizar la misma letra en distintos lugares de una expresión, significa que, cada vez que se le asigne un determinado valor, este tiene que ser el mismo en los distintos lugares donde se la utilice. Este conocimiento permite justificar la necesidad de utilizar letras distintas para representar factores distintos en el producto que se analiza en este problema. A su vez, el uso de distintas letras en una expresión incluye la posibilidad de que ambas puedan tomar el mismo valor.

Desde el punto de vista de un estudiante que está aprendiendo álgebra y tiene control de la situación, puede no visualizar la necesidad de utilizar letras distintas en las expresiones correspondientes a los factores, asegurando que así escritos puede reemplazar por distintos números y de esta manera generar todos los productos posibles. Podemos afirmar que para estos estudiantes el control proviene de sus conocimientos aritméticos y algebraicos que, al incluir una letra en una expresión, puede ser reemplazada por cualquier valor numérico. Desde esta posición es atendible el cuestionamiento de los estudiantes a la necesidad de usar letras distintas, percibiendo una contradicción entre la propuesta de usar dos letras distintas y el hecho de que una letra puede tomar cualquier valor: ¿por qué no es posible asignar valores distintos a una misma letra si la letra puede tomar cualquier valor?

Más aún, si hipotéticamente construyeran la demostración considerando la misma letra en ambos factores del producto arribarían a la expresión: $2 \,.\, (2n^2 + 2n) + 1$ que algebraicamente se trata de la expresión general de un número impar. Todo indicaría que los conocimientos implicados en dicho procedimiento son correctos y, por lo tanto, no son cuestionables, sin embargo, desde el punto de vista de la matemática sabemos que la justificación es insuficiente, dado que esta expresión proviene del producto de impares iguales. Ahora bien, la salida de este argumento erróneo no se encuentra obligando a los estudiantes a usar letras distintas, con el sólo argumento de que es lo que corresponde hacer en matemática. Si pretendemos que, efectivamente, represente un nuevo aprendizaje para los alumnos, es necesario que reparen en la insuficiencia de lo realizado, pero, en el marco de los conocimientos matemáticos y no en el de la autoridad del docente.

Veamos con un ejemplo cómo se podría abordar la insuficiencia a la que hacemos referencia. Se supone que la "demostración" realizada en la que se arribó a la expresión $2.(2n^2 + 2n) + 1$ permite asegurar que el producto de todos los números impares es impar. Si esto fuera correcto el producto 3 . 5 debería ser uno de los casos posibles. Un alumno en esta posición podría argumentar que ese producto se obtiene al reemplazar en $(2n+1) . (2n+1)$ por 1 y 2 respectivamente, apelando a su idea de que puede asignar cualquier valor a la variable n. Visto así, no parece haber inconsistencias en este razonamiento. Ahora bien, si la demostración sirve para todos los productos, debería verse también en la expresión equivalente al producto inicial planteado $2 . (2n^2 + 2n) + 1$ que $3 . 5 = 15$ es uno de los posibles productos de impares que da impar, pero el 15 no es un valor posible de obtener al operar en esta expresión. Una primera cuestión aquí es: ¿Qué valores asignar a la variable n? ¿1? ¿2? ¿1 a la n del término cuadrático y 2 a la n del término lineal? ¿2 a la n del término cuadrático y 1 a la n del término lineal? Dependiendo de cómo se reemplace, los resultados posibles de la expresión entre paréntesis serían 4, 12, 6 y 10 respectivamente, con lo cual se cierra la posibilidad de que se obtenga 15, hecho previsible, dado que $(2n^2 + 2n)$ al ser par, no hay valor de la variable - aún distintos - que de 7, valor necesario para que el resultado final aquí, al igual que en la expresión inicial, - $(2n+1) . (2n+1)$ - sea 15.

Nos parece importante rescatar que es posible desarticular este procedimiento aun siguiendo la lógica del mismo. La manipulación algebraica necesaria para demostrar que el producto de números impares es impar lleva a obtener una nueva expresión equivalente a la planteada como modelo del producto de dos números impares cualesquiera $(2n+1) . (2n+1) = 2 . (2n^2 + 2n) + 1$, donde al asignar distintos valores a la primera expresión no se obtienen los mismos productos que al darle esos valores a la segunda. Esta nueva expresión algebraica cuestiona el control apoyado en lo aritmético.

Los estudiantes que se apoyan en lo aritmético para ejercer el control sobre lo que producen y afirman se ven interpelados por esta nueva expresión. Lo que para ellos significa números distintos aun utilizando la misma letra - con control en aritmética - para el álgebra se trata de un mismo valor y, por lo tanto, opera bajo este significado de la variable. En la manipulación algebraica no se tiene en cuenta que letras iguales pueden tomar distintos valores simultáneamente. Para el alumno el producto $n.n$ puede significar, por ejemplo, 3 . 5, mientras que en la expresión algebraica equivalente n^2 ya no es posible asignar dos valores distintos simultáneamente.

Claramente este pasaje de la aritmética al álgebra debe incluir un trabajo en las clases que tenga en cuenta las ideas y conocimientos de los estudiantes y con participación plena de los mismos y, desde la gestión del docente, es ineludible recuperar esos conocimientos para modificarlos en el marco de genuinas discusiones, poniendo en pie de igualdad todas las ideas de los estudiantes.

Conclusiones y reflexiones finales

Todo cambio de nivel educativo para un estudiante representa el ingreso a una institución con nuevas formas de relaciones sociales y, fundamentalmente, nuevas formas de relacionarse con el conocimiento. En este contexto, un curso de ingreso podría constituirse en un espacio que acompañe, que tienda un puente en esta inevitable transición.

Ahora bien, es de público conocimiento las falencias y carencias en cuanto a conocimientos y competencias con la que los estudiantes finalizan el secundario, lo cual representa un obstáculo en el inicio de los estudios superiores. Al respecto nos preguntamos por el grado de responsabilidad de ambas instituciones, tanto del nivel secundario cuya formación dista de cumplir con los objetivos de aprendizajes descritos en los documentos curriculares, así como el presupuesto de partida exigido por la universidad que, contrariamente a lo que pensamos, no forma parte de sus necesarias revisiones o replanteos. Por el contrario, se acepta esta posición de la universidad, bajo el supuesto de que las exigencias son las indispensables y, a la vez, ligado a lo anterior, que lo que propone para la formación de los futuros egresados es la que necesitan. Se trata de una visión rígida e ingenua en la que no tiene cabida la revisión de sus contenidos y formas de transmisión, atendiendo fundamentalmente a los objetivos de mejoramiento y adaptaciones a la realidad cultural y social actual.

Siguiendo esta misma línea de pensamiento - ingenua - el curso de ingreso se ha transformado en los últimos años en el lugar donde se pretende solucionar las carencias del secundario, diseñando propuestas que insisten en el mismo recorte consistente en la adquisición de destrezas en técnicas puntuales. El supuesto subyacente al adoptar esa posición es que la solución al problema es simple y, a la vez, que de esta manera es posible cubrir las necesidades de los estudiantes para continuar los estudios en el nivel universitario. En el imaginario docente - con buenas intenciones - se trata de nivelar, de situar a todos los estudiantes en un mismo nivel de conocimientos. En los hechos este tipo de propuestas claramente son imposibles de cumplir para el grueso de los estudiantes y, por lo tanto, termina reforzando las diferencias o debilidades de origen.

Si bien estamos de acuerdo en los objetivos de aprendizaje a lograr en todos los niveles educativos, es decir, que los estudiantes desarrollen ciertas competencias, entre las que se hallan, por ejemplo, el uso de técnicas en el campo del álgebra (factorización, operaciones con expresiones algebraicas, resolución de ecuaciones, etc.) diferimos en el recorte que enfatiza el desarrollo de destrezas para operar y en el modo de lograrlas. Proponemos un cambio de paradigma en la enseñanza que involucra precisamente una revisión de lo que acabamos de describir.

En las actividades que diseñamos en este curso de ingreso intentamos trabajar con los estudiantes otros conocimientos que en la enseñanza habitual no forman parte de las tareas a la que son convocados los estudiantes, porque no visualizan la necesidad de su tratamiento.

Nos referimos a actividades que, por sus características, permiten que los estudiantes en mayor o en menor medida se pongan a pensar sin que medie previamente una intervención del profesor en cuanto al saber en juego como condición necesaria para elaborar alguna respuesta. Claramente, como en cualquier proceso de producción de conocimiento matemático, esa respuesta será provisoria y, en la clase, donde se supone están aprendiendo los estudiantes, será objeto de análisis y discusión con todos.

En la secuencia de actividades que diseñamos para el estudio de la paridad del producto de números impares se advierte la intención, diferente, de otras propuestas. En la Actividad 1 en lugar de afirmar la paridad del producto involucrado en la expresión y pedir su demostración, proponemos que sean los estudiantes los que elaboren la conjetura respecto de la paridad. Nos distanciamos también de propuestas en las que se pregunta por la verdad o falsedad de una afirmación y la tarea de los estudiantes para determinar el valor de verdad se limita a probar con números para encontrar un contraejemplo y así concluir su falsedad o, si no encuentran un contraejemplo les queda como tarea demostrar sin que esta prueba realizada con números garantice un análisis sobre las razones de la paridad por la que se pregunta. Por otro lado, el salto desde probar con números a la demostración formal puede resultar inexplicable en sus formas y razones, sobre todo para los estudiantes con escasa experiencia.

Por el contrario, las opciones previstas (Sea n un número natural, $5 \cdot (2n+1)$ será un número impar: a) Sólo si n es par. b) Sólo si n es impar. c) Independientemente del valor que tome n) permiten un tipo de análisis que va más allá de una exploración numérica en la que el interés - en esa exploración - está en la constatación de la paridad del resultado que se obtiene, sin una búsqueda de explicaciones. El análisis de la paridad de la expresión $5 \cdot (2n+1)$ a partir del análisis de la paridad de la variable n permite a los estudiantes acceder a las razones por las cuales ese producto será impar necesariamente, visibilizando cuestiones que no se explicitan cuando la enseñanza consiste sólo en mostrarles técnicas para que luego las repitan en ejemplos similares. Reproducir demostraciones sin este análisis previo no permite incorporar aspectos como el mencionado y necesarios para realizar una demostración de manera relativamente autónoma.

Otra diferencia con propuestas habituales en el estudio de la paridad de productos de números naturales lo constituye la introducción de la discusión sobre los cuantificadores en la elaboración de afirmaciones en el producto de expresiones de números naturales. Nos referimos a la Actividad 2, en particular, a la inclusión del “a veces” como opción posible que, desde cierta perspectiva, se podría cuestionar su inclusión como cuantificador. Lo que estamos proponiendo difiere de lo que se hace habitualmente, dado que, en las proposiciones matemáticas, en general, no se incluye la opción “a veces” sino el “existe”. En matemática este cuantificador señala la existencia de objetos matemáticos que tienen ciertas características que difieren del resto de los objetos matemáticos que se analizan. En cambio, el objetivo de incluir la opción “a veces” en nuestra propuesta no es únicamente realizar afirmaciones sobre la existencia, nuestra intención es que los estudiantes a partir del análisis de por qué se da una u otra situación comprendan en profundidad sobre las cuestiones matemáticas involucradas, en este caso, ver que uno de los factores será impar independientemente del valor que tome la variable n en $(2n+1)$, mientras que el otro factor $(3n+1)$ será par o impar dependiendo de la paridad de la variable. Se trata de invitar a los estudiantes a buscar razones, explicaciones que, incluso, puede desencadenar en nuevas propiedades ajustando las condiciones y que el sólo uso del cuantificador “existe” no habilita explícitamente este análisis.

Por otro lado, el análisis del “a veces” habilita la posibilidad de enunciar propiedades cuantificables universalmente. En este caso se derivarían dos propiedades: 1) Siempre que n sea par, el producto $(3n+1) . (2n+1)$ será impar. 2) Siempre que n sea impar, el producto $(3n+1). (2n+1)$ será par. Ahora bien, la presentación axiomática de la matemática hace que solo se muestren las afirmaciones cuantificadas de esta manera sin que los estudiantes tengan la posibilidad de acceder al origen de las mismas.

Finalmente, en la Actividad 3 al preguntar por una propiedad dada en forma coloquial, en la que los estudiantes tienen que algebrizar para justificar la respuesta (propiedad), cometen errores razonables, como, por ejemplo, escribir el producto de dos impares cualesquiera utilizando la misma variable en los factores. Desde nuestra perspectiva, si desde la gestión de la clase, se corrige rápidamente se pierde un importante momento de confrontación de ideas, potente motor en la construcción de nuevos conocimientos de los estudiantes.

Si bien es el docente el representante del saber institucional y, por lo tanto, se espera su aporte desde este lugar abogamos por una regulación en cuanto a la forma y momento de introducirlos. En el ejemplo que analizamos, vimos cómo el hecho de sostener las ideas erróneas de los estudiantes permite desnudar o sacar a la luz la insuficiencia de sus conocimientos algebraicos que, en un principio y en interrelación con conocimientos aritméticos les hace concluir que la simbolización algebraica que han elaborado responde a la algebrización requerida.

Claramente, es importante que entre las distintas posibilidades de intervención de un profesor seleccione las que permitan a los estudiantes seguir sosteniendo sus ideas hasta que sea necesario modificarlas por la coherencia matemática necesaria y no por la autoridad del docente, con todo el valor en la contribución a la autonomía intelectual que significa para los estudiantes un trabajo docente de esta naturaleza.

Creemos que el análisis de este tipo de propuestas que involucra un tipo de prácticas matemáticas, contribuyen a la discusión sobre la articulación de ambos niveles educativos. En particular sobre el rol del curso de ingreso como un espacio nuevo donde los estudiantes, con distintos conocimientos de base, se sientan convocados a pensar, viéndose con posibilidades de aportar sus ideas para la construcción de conocimientos nuevos para ellos y propios de una articulación.

En este trabajo argumentamos a favor de no considerarlo como un espacio de repaso de contenidos del secundario supuestos olvidados o no aprendidos previamente y necesarios para el nivel superior.

Finalmente, el éxito de una propuesta con estas características dependerá, en gran medida, de la continuidad y articulación que se realice con el dictado de las asignaturas de primer año de las distintas carreras de la FaCENA.

Referencias

Bolea, P.; Bosch, M. y Gascón, P. (2004). ¿Por qué la modelización está ausente de la enseñanza del álgebra escolar? Traducción al español realizada por los autores del artículo: Why is modelling not included in the teaching of algebra at secondary schools? En Quaderni di Recerca in Didattica, 14, 125-133 2004.

García, F. (2005). La modelización como herramienta de articulación de la Matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales. Tesis para la Obtención del doctorado en la Universidad de Jaén.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. RDM 14(3)

Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Orígenes y perspectivas. Formación Docente Matemática. Libros del Zorzal.

Gorostegui E. (2014). *Las prácticas de escritura en el trabajo algebraico de alumnos de educación secundaria*. Formación e investigación Becas Saint Exupery. Programa de desarrollo profesional de formadores 1er Ed. Ciudad Buenos Aires. pág. 191-203. ISBN 978-950-00-1053-5

Gorostegui, E. y Vilotta, D. (2014). *Modelización algebraica en el cálculo de sumas de números consecutivos: entre conocimientos avanzados y cálculos aritméticos*. Publicación en Actas de la V Reunión Pampeana de Educación Matemática 20 a 22 agosto 2014 Santa Rosa - La Pampa. ISSN en línea 2362-5716- Vol VI - pág. 258-263

Saiz, I.; Gorostegui, E. y Vilotta D. (2014). *Sobre la complejidad de la gestión en una clase de Matemática: entre lo planificado y la realidad* *del aula. Modelización algebraica de problemas planteados en Z.* Revista Educación Matemática Vol 26 Nº1, agosto 2014- pág. 41-72.

Saiz, I.; Gorostegui, E. y Vilotta D. (2011). *La matemática necesaria para la enseñanza de los racionales en secundaria* en co-autoría con Revista Yupana. Sta. Fe. Publicación disponible en: http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Yupana/article/view/264

Sessa, C. (2005). *Inicialización al estudio didáctico del Algebra*. Orígenes y perspectivas. Formación Docente Matemática. Libros del Zorzal.