10.30972/eitt.927853

Análisis ontosemiótico institucional de un instrumento de indagación sobre funciones lineales y cuadráticas

Bordón, P. D., Siwert, P. C. y Espinoza, R. R. F. [1] **(*)**

Resumen*:*

Se realiza un análisis ontosemiótico a priori de resoluciones institucionales correspondientes a situaciones-problemas de funciones lineales y cuadráticas de un instrumento de indagación que fue elaborado para suministrar a los ingresantes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturalesy Agrimensura de la UNNE en el año 2026, con el objetivo de valorar la comprensión que tienen sobre la argumentación en el ámbito de las temáticas mencionadas. Se emplean como herramientas teóricas y metodológicas las nociones de práctica matemática, configuración epistémica y función semiótica, constructos teóricos y metodológicos del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, uno de los marcos marco teóricos de la investigación en curso. Se identifican y caracterizan los objetos matemáticos primarios involucrados en las resoluciones institucionales y sus relaciones conceptuales.

Palabras clave: Análisis ontosemiótico, Instrumento de indagación, Prácticas institucionales, Configuración epistémica, Función semiótica, Funciones lineales y cuadráticas.

Abstract:

An a priori onto-semiotic analysis of institutional resolutions corresponding to problem situations of linear and quadratic functions of an inquiry instrument that was developed to provide entrants to the Engineering careers of the Faculty of Exact and Natural Sciences and Surveying is carried out. from the UNNE in the year 2026,

1. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. UNNE. Autor de correspondencia: Siwert, P. C.. E-mail: psiwert@exa.unne.edu.ar

(*) Cómo citar este artículo: Bordón, P. D., Siwert, P. C. y Espinoza, R. R. F. (2024). Análisis ontosemiótico institucional de un instrumento de indagación sobre funciones lineales y cuadráticas. Revista Extensionismo, Innovación y Transferencia Tecnológica: claves para el desarrollo, 9(2), 18-27. https://doi.org/10.30972/eitt.927853

with the aim of assessing the understanding they have of the argumentation in the field of the aforementioned topics. The notions of mathematical practice, epistemic configuration and semiotic function, theoretical and methodological constructs of the Ontosemiotic Approach to mathematical knowledge and instruction, one of the theoretical frameworks of the ongoing research, are used as theoretical and methodological tools. The primary mathematical objects involved in institutional resolutions and their conceptual relationships are identified and characterized.

Keywords: *Onto-semiotic analysis, Instrument of inquiry, Institutional practices, Epistemic configuration, Semiotic function, Linear and quadratic functions.*

Introducción

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, desde hace varios años, un grupo de docentes venimos investigando problemáticas relacionadas con los conocimientos previos de matemática de los ingresantes. Con el paso del tiempo nos encontramos con la necesidad de incorporar una referencia teórica para respaldar el análisis didáctico. Recientemente iniciamos una nueva investigación que persigue el objetivo de valorar la comprensión de los ingresantes a las carreras de Ingeniería Electrónica, Ingeniería Eléctrica e Ingeniería en Agrimensura sobre la problemática de la argumentación en la temática de las funciones lineales y cuadráticas. La investigación conlleva la elaboración de un instrumento de indagación, su análisis a priori, validación y reelaboración en 2024 y 2025, mientras que, la aplicación, corrección y análisis a posteriori en 2026 y 2027.

Primeramente, elaboramos un instrumento de indagación compuesto por una muestra de problemas y desarrollamos resoluciones institucionales de cada uno de ellos. Avanzamos en el análisis a priori del mismo, a partir del uso de elementos teóricos y metodológicos del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS), marco teórico que adoptamos para realizar los análisis de varias de las prácticas didáctico-matemáticas involucradas en la investigación. Tal instrumento se basa en la referencia conceptual de los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios Nacionales (NAP) (ME, 2011). Se prevé su validación a través del uso de constructos teóricos y metodológicos del EOS y por medio de la opinión de pares académicos de reconocida trayectoria en la temática.

En este trabajo presentamos parte del análisis a priori en base a las resoluciones institucionales de las situaciones-problemas del instrumento (que contiene seis situaciones). Así, mostramos las resoluciones institucionales y los análisis correspondientes de dos de las situaciones-problemas referidas a las funciones lineales y una referida a la función cuadrática, las configuraciones epistémicas asociadas y las principales relaciones entre objetos matemáticos primarios por medio de funciones semióticas. Estas prácticas institucionales de referencia permiten identificar los objetos matemáticos involucrados en las situaciones y sus relaciones lo que, a su vez, posibilita caracterizar la exhaustividad de los problemas incluidos en el instrumento teniendo en cuenta los NAP.

Encuadre teórico

En esta parte de la investigación y en particular para encuadrar este trabajo, la referencia teórica adoptada es el modelo epistémico y cognitivo del EOS (Godino, Batanero y Font, 2008; 2020). En particular, se emplean los constructos teóricos *Prácticas matemáticas institucionales, Configuración epistémica* y *Función semiótica.*

Para un análisis más fino de la actividad matemática, el EOS incluye seis tipos de objetos matemáticos primarios, emergentes de sistemas de p rácticas (Burgos y Godino, 2020): *situaciones-problemas, lenguaje, procedimientos, proposiciones, conceptos* y *argumentaciones*. Estos objetos, que están presentes en una práctica matemática, se relacionan entre sí formando configuraciones epistémicas o cognitivas (Figura 1).

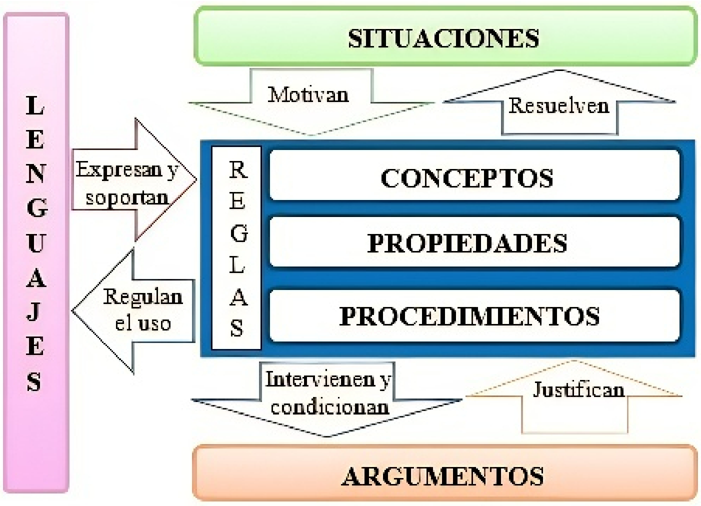


Fig. 1. *Configuración epistémica/cognitiva*

Las configuraciones son *epistémicas o instruccionales* cuando son redes de objetos institucionales (extraídas de una práctica referencial institucional); mientras que son *cognitivas*, cuando representan redes de objetos personales (actividad de los estudiantes). Los *sistemas de prácticas* y las configuraciones se proponen como herramientas teóricas para describir los conocimientos matemáticos, en su doble versión, personal e institucional (Godino, Batanero & Font, 2008). Estas configuraciones permiten analizar las prácticas matemáticas describiendo su complejidad ontosemiótica.

En una situación ideal y en una institución determinada, Godino (2003) sostiene que un sujeto comprende el significado de un objeto o se apropia del significado de un concepto si es capaz de reconocer los objetos matemáticos primarios y relacionarlos con otros objetos matemáticos en toda la variedad de situaciones planteadas por dicha institución.

Los distintos objetos primarios se vinculan a través de las funciones semióticas construidas entre ellos. D'Amore, Font y Godino (2007) indican que una función semiótica está dada por una correspondencia entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado, representado) que establece un sujeto, persona o institución. La correspondencia (representacional o instrumental) se constituye entre dos objetos (ostensivos o no-ostensivos), cuando uno de ellos se pone en lugar del otro o bien uno es usado por otro. Con esta noción, se evidencia el carácter netamente relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Godino (2003) llama *análisis ontosemiótico* de una práctica matemática a la identificación de las entidades puestas en juego y las funciones semióticas que se establecen entre ellas. Dicho análisis se constituye en la indagación sistemática de los significados (contenidos de las funciones semióticas) puestos en juego a partir de la transcripción del proceso.

Aspectos metodológicos

Se elabora un instrumento de indagación en base a la propuesta de los NAP. El mismo se constituye en seis situaciones, cuatro referidas a funciones lineales y dos a funciones cuadráticas.

Se adoptan como herramientas de análisis didáctico de referencia las nociones de *práctica matemática institucional, configuración epistémica* y *función semiótica*. En las configuraciones epistémicas se plasman los objetos matemáticos involucrados en las prácticas institucionales y las relaciones conceptuales establecidas entre ellos. Las funciones semióticas permiten profundizar el análisis relacional.

Resolución institucional, identificación de objetos primarios y relaciones entre objetos

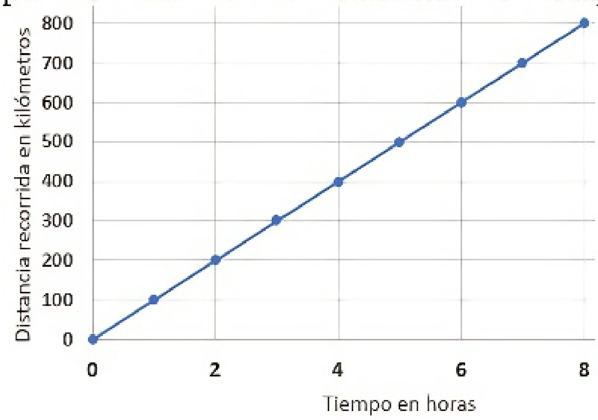
Como habíamos adelantado, se resuelven y analizan aquí tres situaciones que conforman el instrumento.

a)

Situación 2. Cuatro autos marchan por una ruta, cuya velocidad promedio es constante. Se tiene la siguiente información de cada uno de ellos:

El auto A marcha a 100km por hora.	La distancia recorrida por el auto D sigue la siguiente fórmula: $y=120x$ donde y representa los kilómetros que se han recorrido y x la cantidad de horas transcurridas.
Del auto B se registraron datos en la siguiente tabla:	El siguiente gráfico muestra la distancia recorrida por el auto C al transcurrir el tiempo:

Hora	2	3	5
Distancia recorrida (en Km)	160	240	400



Explicar por qué son verdaderas las siguientes afirmaciones:

i. El auto B es más lento que el auto A.
ii. El auto A y el auto C marchan a la misma velocidad.
iii. El auto D es el más rápido de los cuatro.

Fig. 2. *Segunda situación-problema del instrumento*

- El auto A (Fig. 2) marcha a 100km/h (*lenguaje*), por lo que en 1h recorre 100km (*concepto*), mientras que en 2h transita 200km (*proposición*) ya que la velocidad con la que se traslada es constante (*argumento*). Así, al duplicar la cantidad de tiempo, se duplica la distancia recorrida (*argumento*). Según la tabla expuesta en la consigna, en 2h el auto B recorre 160 km (*lenguaje*). Cómo 160 es menor que 200, esto es, la distancia recorrida por el móvil B es menor que la transitada por el A, en el mismo tiempo, se concluye que el auto B es más lento que el A (*procedimiento, argumento*).
- El auto A en 1h recorre 100km (*concepto*), y al duplicar, triplicar el tiempo, ... también se duplicará, triplicará... la distancia recorrida (*proposición, procedimiento*), pues la velocidad es constante (*argumento*). Esto quiere decir que en 2h, 3h, 4h, ..., este auto recorre 200km, 300km, 400km, ... respectivamente (*procedimiento, argumento*) al igual que el auto C, como puede apreciarse en el gráfico cartesiano que se expone en la consigna (*lenguaje, concepto*). Como en tiempos iguales las distancias recorridas por estos móviles son también iguales, quiere decir que ambos marchan con la misma velocidad (*argumento*).
- Sabemos que los autos A y C marchan a la misma velocidad: 100km/h, mientras que

el auto B es más lento que ambos, por ser más lento que el auto A. Por otra parte, la distancia recorrida por el auto D está modelizada por la fórmula: y = 120x, donde "x" representa las horas transcurridas e "y" los kilómetros recorridos (l*enguaje y concepto*). Luego, en 1h, el auto D recorre 120km (120x1 = 120 (*procedimiento*)), una distancia mayor que la de los otros tres móviles. Como su velocidad es constante, en 2h, 3h, ..., también las distancias alcanzadas por este móvil serán mayores que la de los otros (*argumento*); es decir, D es el auto el más veloz.

Considerando que las relaciones entre el tiempo transcurrido y los kilómetros recorridos por los autos pueden ser modelizadas por medio de una función de proporcionalidad directa (*concepto*), otros objetos son factibles de emplearse para abordar esta situación. Así, interpretando los registros de representación de las funciones (*lenguaje*) o usando multiplicaciones, divisiones o regla de tres simple (*procedimientos*) se puede: i) reducir a la unidad obteniendo la distancia recorrida por cada uno de los móviles en 1h (*concepto y procedimiento*) o, ii) determinar las constantes de proporcionalidad (*dividiendo espacio y tiempo*) que son las velocidades de los cuatro móviles (*concepto*). En ambos casos, la comparación de los resultados obtenidos (*procedimiento*) es suficiente para determinar qué auto es más veloz, pues sus velocidades son constantes (*argumento*).

Algunas funciones semióticas relevantes

FS	Objetos primarios vinculados
1, 2, 3, 4	Establecida entre el lenguaje con el que se expresa cada función (coloquial, tabular, cartesiana y a través de una fórmula) y el procedimiento (y argumento) que involucra comparar velocidades.
5	Entre el procedimiento de duplicar, triplicar, etc. la distancia recorrida cuando se duplica, triplica, etc. la cantidad de tiempo y el argumento dado por la velocidad constante.
6	Entre procedimientos de reducción a la unidad y el argumento de la velocidad constante.
7	Entre el procedimiento de cálculo de la constante de proporcionalidad y el argumento que indica que la mayor constante corresponde a la mayor velocidad.

b)

Situación 3: Un especialista visita la producción de un determinado tipo de cultivo de un campo con el fin de aumentar las ganancias relacionadas con las ventas. Por dicha visita cobra $8000 y por cada hora de trabajo cobra $3500.

a. ¿Es cierto que si trabaja durante 7 horas deberá cobrar $32.500?, ¿por qué?
b. ¿Si trabaja durante 72 horas, cuánto deberá cobrar? Explica tu respuesta.
c. ¿Cuántas horas debió trabajar si cobró $95.500?

Fig. 3. *Tercera situación-problema del instrumento*

a. El especialista cobra \$8.000 por visita y \$3.500 por cada hora de trabajo (*lenguaje*), es decir, por 1h de trabajo cobra \$11.500 (*proposición*), pues 11.500 = 3.500+8.000 (*procedimiento*). Así, por 2h ganará \$15.000 (3.500·2+8.000) (*procedimiento, proposición*) dado que el dinero que cobra por hora de trabajo es constante y el que cobra por la visita es fijo. Si se duplica, triplica, ... la cantidad de tiempo trabajado también se duplica, triplica, ... la cantidad cobrada por hora, obteniendo la ganancia total al añadir los 8.000 correspondientes a la suma fija (*procedimiento, argumento*). Si el especialista trabaja 7h deberá cobrar \$32.500 (3.500·7+8.000) (*procedimiento, argumento*).
b. Si el experto trabajara durante 72h deberá cobrar 72 veces lo que lo haría por 1h de trabajo más la suma fija, esto es \$260.000 (3.500·72+8.000) (*procedimiento, argumento*).
c. La consigna indica que \$95.500 (*lenguaje*) cobró el especialista por cierta cantidad de horas trabajadas más la suma fija (*argumento*); por lo que, \$87.500 es lo que debió cobrar sin la suma fija (95.500-8000) (*procedimiento y argumento*). Para calcular el número de horas trabajadas se debe buscar un número que multiplicado por 3.550 dé como resultado 87.500, el cual puede obtenerse dividiendo 87.500 por 3.500 (*procedimiento, argumento*). Este número es 25, e indica que el especialista trabajó 25h.

Algunas funciones semióticas relevantes

FS	Objetos primarios vinculados
1	Establecida entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo y el modelo de proporcionalidad asociado (argumento).
2	Entre el procedimiento de multiplicar la ganancia por el número de horas de trabajo más la suma fija y el argumento dado por el modelo lineal no proporcional.
3	Entre el procedimiento de deconstrucción del procedimiento usado para conocer la ganancia y el argumento que fundamenta conocer la cantidad de horas trabajadas basado en el contexto.
4	Entre dos conceptos, el de función y el de ecuación. Más precisamente, a través de un modelo funcional se obtiene la ganancia cuando se conoce la cantidad de horas trabajadas; mientras que, si el dato es la paga, averiguar las horas trabajadas involucra el modelo de una ecuación.

c)

Situación 5. En la siguiente tabla están indicados algunos puntos por donde pasa la gráfica de una función cuadrática:

x	0	1	-1	2	-2
y	-3	-2	-2	1	1

Si asumimos que el dominio de esta función es un subconjunto de los números reales, ¿de qué subconjunto se trata, si al conjunto de las imágenes deben pertenecer números reales menores que 166?

Fig. 4. *Quinta situación-problema del instrumento*

Sabiendo que 1 y -1 son opuestos (o 2 y -2) y tienen las mismas imágenes (*lenguaje, concepto*) se puede decir que el valor del coeficiente lineal de la función cuadrática es 0 (*concepto, argumento*). Además, como la imagen de 0 es -3, este número es la ordenada al origen (*concepto*). Luego la expresión algebraica de la función es $f(x)=x^2-3$ (*argumento*).

Resolviendo la ecuación $x^2-3=166$ se tiene que $x=13$ o bien $x=-13$ (*procedimiento*). Esto quiere decir que 13 y -13 son dos elementos del dominio de la función que tienen como imagen a 166 (*argumento*). Como el coeficiente cuadrático es positivo, la gráfica de la función es cóncava positiva, por lo que todos los números reales comprendidos entre -13 y 13 tendrán imágenes menores que 166 (*concepto, argumento*). De esta manera se obtiene el subconjunto de números reales dado por el intervalo abierto (-13,13) que es el dominio de la función en las condiciones dadas (*argumento*).

Algunas funciones semióticas relevantes

FS	Objetos primarios vinculados
1	Establecida entre lenguajes: gráfico (tabla) y formal (fórmula).
2	Entre el lenguaje (gráfico) y el concepto dado por la fórmula de la función.
3	Entre los conceptos correspondientes a la fórmula de la función y a la ecuación $x^2-3=166$.
4	Entre el problema y el procedimiento de resolución de la mencionada ecuación.

Conclusiones

Se ha llevado a cabo un análisis ontosemiótico a priori de resoluciones institucionales del instrumento de indagación planificado en la investigación, usando las herramientas del EOS: Configuración epistémica y Función semiótica.

A partir de las resoluciones institucionales de unas situaciones-problemas de funciones lineales y cuadráticas del instrumento, las que fueron elaboradas procurando construir prácticas matemáticas relacionadas con las posibilidades cognitivas de los estudiantes destinatarios, se construyeron las configuraciones epistémicas, herramientas que, junto con otras, formarán parte de la referencia institucional para llevar a cabo más adelante los análisis de las prácticas de los estudiantes (análisis a posteriori), a los que se les suministrará tal instrumento.

En estas configuraciones se han identificado los objetos matemáticos primarios involucrados en las prácticas desarrolladas y sus relaciones, lo que permite caracterizar la exhaustividad de la elección de las situaciones del instrumento teniendo en cuenta la propuesta de los NAP. Entre otros aspectos, quedaron en evidencia el trabajo con modelos funcionales, con distintos registros de representación de una función, el estudio de relaciones entre distintos lenguajes, entre el dominio y la imagen de una función, la diferenciación entre las funciones lineales proporcionales y no proporcionales. Emergen también aspectos de las gráficas de las funciones cuadráticas necesarios de tener en cuenta, como los de simetría, concavidad, ordenada al origen, etc.

La labor que hemos desarrollado en la identificación, diferenciación, caracterización y estudio relacional entre estos objetos nos permitió valorar la importancia de disponer de una herramienta que promueva la elaboración de prácticas matemáticas relativamente completas, como respuesta a una cuestión determinada. Cabe mencionar que la construcción de argumentos alrededor de procedimientos y proposiciones usuales en la escuela secundaria no resulta ser una tarea sencilla, dado que los textos escolares de este nivel educativo no aportan demasiado.

Referencias bibliográficas

Burgos, M. y Godino, J. D. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. AIEM, 18, 1-20.

D'Amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Paradigma, Maracay, 28, (2), 49-77.

Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 10, 7-37.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. Revista Chilena de Educación Matemática, 12 (2), 3-15.

Ministerio de Educación de la República Argentina. (2011). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico, Educación Secundaria.