SOBRE UN METODO EMPIRICO HINDU PARA LA CONSTRUCCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

Pucheta Pablo Ignacio **Rubén Alejandro Cerutti**

DEPARTEMENTO DE MATEMATICA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES Y AGRIMENSURA

AVDA LIBERTAD 5540 **(3400) CORRIENTES**

Resumen. En geometría, las construcciones elementales con el auxilio de cuerdas, de varas o de estacas, son conocidas desde la época denominada de la Matemática Empírica. Por su gran utilidad la obtención de triángulos fue una de ellas. En este trabajo se presenta una posible generalización de un método hindú para construirla.

1-INTRODUCCION.

De acuerdo con la periodización de la historia de la matemática adoptada por Rey Pastor (cf [2]) la época de la matemática empírica es tal vez la más extensa ya que indiciándose en la prehistoria de la humanidad llega hasta aproximadamente "mediados del primer milenio antes de nuestra era en el que la matemática pudo ser interpretada como una ciencia autónoma" (cf [3], p.31).

Tanto los conocimientos matemáticos como los métodos utilizados para construirlos en las civilizaciones del Antiguo Egipto, de la Mesopotamia, de China o de la India antiguas correspondían a una matemática empírica y aplicada según unas series de indicaciones muchas veces precisa aunque no fundamentadas. Es posible encontrar en ellas "recetas" para trazar la perpendicular a un segmento por un punto no perteneciente al mismo, o para calcular por aproximación el área del circulo o el volumen de un tronco de pirámide o para la construcción de un triangulo isósceles o de un triangulo rectángulo.

Los libros religiosos de los hindúes, escritos en sanscrito, conocidos como Sutras y Vedas contienen indicaciones para realizar construcciones geométricas que respondían a necesidades religiosas, principalmente. En uno de ellos, el Sulba-Sutra o *regla de las cuerdas* se encuentra el método para trazar la perpendicular a un segmento de recta de longitud predeterminada por uno de sus extremos. De acuerdo con la recopilación de este método hecha por Melvilla Seguí (cf [1]) si el segmento tiene 36 unidades de longitud, para trazar la perpendicular basta considerar una cuerda de longitud 54 unidades atada por sus extremos a los del segmento. Dividiéndola por medio de un punto en dos partes cuyas longitudes son de 15 y 39 unidades respectivamente y estirándola desde ese punto hasta que quede completamente tensa, se obtiene un segmento perpendicular al segmento dado originalmente. Se auxiliaban haciéndolo coincidir con el eje Este-Oeste para luego estirar la cuerda en dirección Norte-Sur.

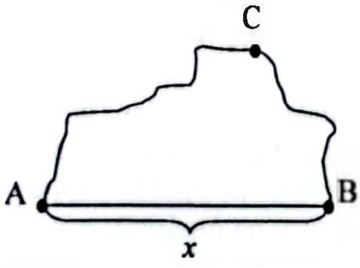
Matemáticamente el planteo empírico responde a considerar una cuerda libre de longitud 54 unidades que resultar hacer la suma (36+1/2.36) unidades; el punto que la divide esta ubicado de modo tal que las distancias a los extremos de la cuerda, y por lo tanto a los extremos del segmento dado, son 15=5/12.36 y 39=13/12.36 unidades.

En esta construcción esta implícito un buen conocimiento del Teorema de Pitágoras ya que 15; 36 y 39 forman una terna pitagórica, es decir que con la división de la cuerda de la manera indicada se obtenía además un triangulo rectángulo.

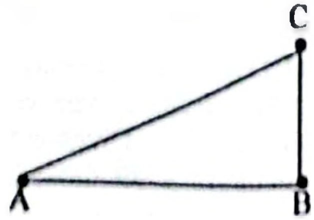
El propósito de esta nota es mostrar la posibilidad de dividir una cuerda para construir un triangulo rectángulo.

2- PROPUESTA DE DIVISION DE UNA CUERDA CUALQUIERA.

Para la construcción de un triangulo rectángulo comenzaremos considerando un segmento $\overline{AB}$ de longitud x unidades y una cuerda libre de longitud $\frac{a}{b}$ dada por un numero racional tal que sea mayor que la longitud x, es decir, $\frac{a}{b} > x$. Por los puntos A y B se clavan estacas de manera que los extremos de la cuerda coincidan con A y B



Para la construcción del triangulo rectángulo debemos dividir la cuerda ACB en dos partes de modo tal que al estirar la cuerda desde el punto C del mismo modo que el método hindú esta quede completamente tensa. Queda así formado un triangulo rectángulo, donde $\overline{AC}$ es la hipotenusa, $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ los catetos.



Ahora ¿Cómo hallamos el punto C de la cuerda?

Por la relación pitagórica sabemos que $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ (1)

donde $\overline{AB} = x$ y $\overline{AC} + \overline{BC} = \frac{a}{b} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{a}{b} - \overline{AC}$ (2)

reemplazando (2) en (1) nos queda

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \left(\frac{a}{b} - \overline{AC}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\frac{a}{b}\overline{AC} + \overline{AC}^2 \text{ luego}$$

$$0 = x^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\frac{a}{b}\overline{AC} \Rightarrow 2\frac{a}{b}\overline{AC} = x^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow \overline{AC} = \frac{x^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}{2\frac{a}{b}} \text{ de donde}$$

$$\overline{AC} = \frac{x^2}{2\frac{a}{b}} + \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2}{2\frac{a}{b}} \text{ entonces } \overline{AC} = \frac{bx^2}{2a} + \frac{a}{2b} \qquad (3)$$

Reemplazamos (3) en (2)

$$\overline{BC} = \frac{a}{b} - \left(\frac{bx^2}{2a} + \frac{a}{2b}\right) = \frac{a}{b} - \frac{a}{2b} - \frac{bx^2}{2a} = \frac{a}{2b} - \frac{bx^2}{2a}$$

Por lo tanto $\overline{BC} = \frac{a}{2b} - \frac{bx^2}{2a}$ (4)

Luego reaplazando (4) y (3) en (1)

$$\left(\frac{a}{2b} + \frac{bx^2}{2a}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{a}{2b} - \frac{bx^2}{2a}\right)^2 \text{ de donde}$$

$$\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + 2\frac{a}{2b}\frac{bx^2}{2a} + \left(\frac{bx^2}{2a}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{a}{2b}\right)^2 - 2\frac{a}{2b}\frac{bx^2}{2a} + \left(\frac{bx^2}{2a}\right), \text{ cancelando}$$

$$\frac{x^2}{2} = x^2 - \frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{2}$$

CONCLUSIONES

Además del caso consignado por Meavilla Seguí mencionado en la introducción, dada una cuerda de longitud racional a/b realizando una división de ella por medio de un punto ubicado a distancias $\left(\frac{a}{2b}+\frac{b}{2a}\right)2ab$ y $\left(\frac{a}{2b}-\frac{b}{2a}\right)2ab$ se logra construir triángulos rectángulos.

El caso presentado en la introducción es un caso particular de los resultados expuesto en este trabajo.

REFERENCIAS

[1] MEAVILLA SEGUI, V. Aspectos históricos de las matemáticas elementales. Colección Textos Docentes. Prensas Universitarias de Zaragoza 2001.

[2] REY PASTOR, J.; BABINI, J. Historia de la matemática.Vol.I GEDISEA 1997.

[3] RIBNIKOB, K. Historia de las matemáticas. Editorial MIR. 1991.

[4] WUSSING, H. Lecciones de Historia de las matemáticas. Editorial SigloXXI de España 1998.