

Modelo de opciones reales para valorar proyectos de infraestructura vial público-privado: garantías de ingresos mínimos y pasivos contingentes

Real option model for valuing public-private infrastructure projects with minimum income guarantees

Gastón Silverio Milanesi | Carlos Alberto Ferreira

RESUMEN

Los acuerdos públicos-privados para el desarrollo de proyectos de infraestructura constituyen una alianza estratégica entre sector público, desarrolladores y privados financieros. Los contratos contienen cláusulas de finalización anticipada, extensión de plazos, garantías de ingresos otorgándole flexibilidad estratégica. Esto hace que los métodos de valoración tradicionales sean ineficaces para estimar recursos comprometidos por los gobiernos y valor de la concesión para el privado. Es necesario plantear alternativas numéricas basadas en la teoría de opciones reales para incorporar el valor de la flexibilidad y su impacto económico financiero. El trabajo propone un modelo numérico binomial para cuantificar el valor contingente de garantías de ingreso mínimo, afectación a futuros presupuestos, valor económico de la inversión y tarifas de equilibrio. Para ello, se utiliza el estudio de casos en administración, aplicado a un desarrollo de infraestructura vial y concesión de peaje. La anatomía del riesgo del proyecto es analizada con simulación sobre el proceso estocástico de ingresos y estimación del VAR. Seguidamente se aplica el modelo binomial para estimar: valor contingente de la garantía mínima de ingresos, valor actual de los pasivos contingentes del gobierno, valor del proyecto con flexibilidad estratégica desde la perspectiva del privado y tarifas de equilibrio para valor actual estratégico cero.

Palabras clave: acuerdos público-privado, opciones reales, garantía ingresos mínimos, pasivos contingentes, tarifas equilibrio

JEL: G13, G31.

ABSTRACT

Public-private agreements for the development of infrastructure projects constitute a strategic alliance between the public sector, developers, and private financiers. Contracts contain clauses for early termination, deadline extensions, and revenue guarantees, granting strategic flexibility. This

Gastón Silverio Milanesi

milanesi@uns.edu.ar

orcid.org/0000-0003-1759-6448

Universidad Nacional del Sur
Instituto de Investigaciones Ciencias
de la Administración
Departamento Ciencias
de la Administración

Carlos Alberto Ferreira

ferreira@uns.edu.ar

orcid.org/0000-0003-2479-6288

Universidad Nacional del Sur
Instituto de Investigaciones Ciencias
de la Administración
Departamento Ciencias
de la Administración

ARGENTINA

COMO CITAR ESTE ARTÍCULO

Milanesi, G. S., Ferreira, C. A. (2025). Modelo de opciones reales para valorar proyectos de infraestructura vial público-privado: garantías de ingresos mínimos y pasivos contingentes. *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, 34(1), 25-54 <https://doi.org/10.30972/rfce.3418338>



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Revista de la Facultad de Ciencias Económicas
ISSN 1668-6357 (formato impreso) ISSN
1668-6365 (formato digital) por Facultad de
Ciencias Económicas Universidad Nacional
del Nordeste (UNNE) Argentina se distribuye
bajo una Licencia Creative Commons
Atribución – No Comercial – Sin Obra
Derivada 4.0 Internacional.

makes traditional valuation methods ineffective for estimating resources committed by governments and the value of the concession for the private sector. Numerical alternatives based on real options theory are needed to incorporate the value of flexibility and its economic and financial impact. This paper proposes a binomial numerical model to quantify the contingent value of minimum revenue guarantees, impact on future budgets, economic value of the investment, and break-even rates. To this end, a case study in administration is applied to a road infrastructure development and toll concession. The anatomy of project risk is analyzed through simulation of the stochastic revenue process and VAR estimation. The binomial model is then applied to estimate: contingent value of the minimum revenue guarantee, present value of the government's contingent liabilities, value of the project with strategic flexibility from the private sector's perspective, and equilibrium rates for zero strategic present value.

Keywords: public-private agreements, real options, minimum income guarantee, contingent liabilities, equilibrium tariffs

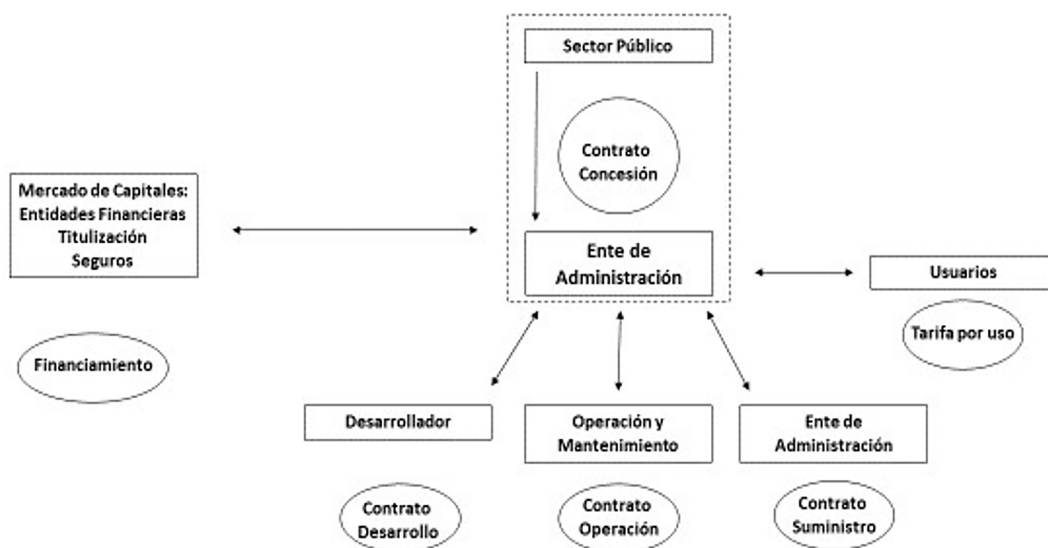
JEL: G13, G31.

1. Introducción

Los proyectos de colaboración público-privado (PPP) constituyen un útil instrumento para la ejecución y financiación de obra de infraestructura a largo plazo. Las restricciones presupuestarias, la necesidad de ampliar la oferta de bienes y servicios públicos como las transferencias de riesgo, transforman este acuerdo en un instrumento de importancia significativa del sector público ([Grimsey, D.-Lewis, M.K., 2002](#)). Desde el punto de vista financiero oxigena la ejecución presupuestaria pública, al no comprometer recursos en el financiamiento de la obra. Desde el punto de vista operativo, el sujeto público accede al conocimiento y experiencia del privado, bajo la premisa que este posee capacidad, eficiencia y flexibilidad para construir y gestionar proyectos de infraestructura, comparado con el sector público ([Yescombe, 2002](#)), ([Gatti, 2008](#)). Existe una transferencia de riesgos financieros y operativos al sector privado en dos etapas. En la primera etapa el desarrollador, a través de acceder al mercado de capitales, asume el riesgo de inmovilización de recursos y desarrollo de la obra. En una segunda etapa tiene a su cargo el mantenimiento y operación de la inversión. La contraprestación por la asunción de riesgos se configura por el derecho de concesión a la explotación por un lapso temporal. El derecho permite la percepción de un flujo de ingresos, obtenidos a través del cobro de una tasa por el uso de la obra. Dicha corriente de ingresos es afectada al recupero de la inversión inicial, repago de financiamiento, mantenimiento y operación de la obra. El acuerdo de concesión se gestione a mediante la figura de un ente o consorcio de administración, con *status* jurídico independiente de las partes intervinientes, creado a tales efectos. Es común que el ente administrador se encuentre integrado por el mismo desarrollador. Los PPP son empleados principalmente en el desarrollo de obras de infraestructura vial, donde la estructura del contrato de concesión debe ser por un período suficiente para asegurar el recupero de la inversión.

La ingeniería financiera propia de los PPP difiere del financiamiento corporativo clásico, (Brandao, L.-Saravia, E., 2008). En un convenio PPP un grupo de patrocinadores, integrados por las firmas que intervienen en el proyecto como las entidades financieras y aseguradoras, proporcionan los recursos necesarios para el diseño, ejecución y gestión del proyecto de inversión. El desarrollo del proyecto y la gestión de la concesión se ve limitada por un conjunto de cláusulas (*convenants*). Las mismas tiende a encauzar las acciones a la concreción de la obra, la generación de ingresos y la afectación de los mismo al recupero de la inversión, repago de flujos de deuda y retorno de capital a los terceros involucrados. La siguiente ilustración presente la estructura de un PPP.

Ilustración 1. Diagrama acuerdo público - privado



Fuente: Elaboración propia.

La arquitectura jurídica del acuerdo permite implementar un esquema de financiación y ejecución del proyecto gestionando los riesgos económicos y operativos, a diferencia de la modalidad tradicional de obra pública. Los PPP permiten una adecuada administración del riesgo, originando compromisos y responsabilidades mutuas entre las partes intervinientes. Consecuentemente, desde la perspectiva de la valuación y toma de decisiones, las herramientas financieras tradicionales resultan insuficientes para este tipo de acuerdos. Los criterios clásicos no contemplan los intereses e incentivos de los actores y la flexibilidad estratégica de los convenios y los conflictos que pueden surgir durante su desarrollo y que pueden llevar a una terminación anticipada. En tal sentido, es menester aplicar modelos de valuación a partir de la Teoría de Opciones Reales. En tal sentido, el presente trabajo, propone un modelo básico a partir del modelo binomial, para valorar una obra de infraestructura vial bajo la modalidad PPP. El financiamiento de la misma proviene del desarrollador y del uso del mercado de capitales. La operación y mantenimiento, a partir de la concesión del cobro de tarifa por peaje corresponde a un ente administrador. El convenio dispone de la aplicación de garantías por ingresos mínimos a favor del concesionario. El objetivo consiste

en valorar el proyecto desde la perspectiva del privado y del sujeto público. Respecto del primero se pretende estimar el valor actual estratégico y repago de fondos por el financiamiento externo. En relación al gobierno, entender el valor actual de la liberación de fondos, transferencia de riesgos y valor actual de las potenciales garantías mínimas. Las garantías mínimas operan como una opción de venta, cuyo titular es el privado, ejerciéndola anualmente contra el concedente (lanzador). Por lo tanto, la valuación requiere de un modelo que capture el valor expandido, siendo aplicable el modelo binomial de opciones reales. Mediante un análisis de sensibilidad y optimización, son determinados los mínimos valores a definir por tarifas de peajes y mínimos plazos de otorgamiento de concesión.

El trabajo se estructura de la siguiente manera, en la siguiente sección se desarrolla formalmente el modelo de valoración de garantías mínimas de ingreso. Seguidamente, mediante el análisis de casos, se estudia un contrato de PPP de infraestructura vial hipotético, donde es aplicado el modelo y los análisis de sensibilidad y optimización para mínimas tarifas y plazos. Analizados los resultados y comparando los valores obtenidos, se exponen las principales conclusiones.

2. La flexibilidad estratégica contenida en los acuerdos público-privados en proyectos de infraestructura

Valorar la flexibilidad contenida en un contrato público privado permite al sector público, como originador de la iniciativa, conocer el valor estratégico de la inversión en infraestructura, el costo a soportar y la no inmovilización de ingresos públicos en el presente. La teoría de las opciones reales proporciona un marco adecuado para cumplir este propósito. Los múltiples intereses y relaciones contractuales, propios de un PPP hace que el enfoque difiera del estudio de la flexibilidad estratégica tradicional. En este último se pretende maximizar valor, en cambio, en un PPP permite valorar garantías contingentes¹. La valoración de la flexibilidad estratégica reconoce un importante cuerpo de trabajos, que se pueden agrupar en tres grupos ([Zapata Quimbayo, 2020](#)):

a) Valoración de garantías por ingresos mínimos: (Bowe, M - Lee, D, 2004), ([Garvin, M - Cheah, C., 2004](#)), ([Wibowo, 2004](#)), ([Cheah, C- Liu, J, 2006](#)), ([Vassallo, J.-Soliño, A., 2006](#)), ([Brandao, L.-Saravia, E., 2008](#)), ([Blank, F.-Baida, T.-Dias, M., 2009](#)), ([Lara-Galera, A.-Soliño, A., 2010](#)), ([Shan, L.-Garvin, M.- Kumar, R., 2010](#)), ([Iyer, C.-Sagheer, M., 2011](#)), ([Pellegrino, R.- Vajdic, N.- Carbonara, N., 2013](#)), ([Pantelias, 2015](#)), ([Liu, J.- Gao, R.- Cheah, C- Luo, J., 2016](#)), ([Wang, Y.- Gao, H.- Liu, J., 2019](#)); ([Carbonara, N -Pellegrino R., 2020](#)), ([Zapata Quimbayo, C.-Mejía Vega, C., 2022](#)).

b) Finalización anticipada y renegociación condiciones concesión: ([Iossa, E.-Spagnolo, G.-Vellez, M., 2007](#)), ([Irwin, T.-Mokdad, T., 2010](#)), ([Iossa, E.-Spagnolo, G.-Vellez, M., 2014](#)),

1. En el presente trabajo se hará un análisis endógeno suponiendo interacción pasiva entre las partes. Un análisis integral requiere estudiar la flexibilidad estratégica y posibles comportamientos de las partes, mediante un enfoque de Opciones Reales y Teoría de Juegos, ([Milanesi G., 2025](#)).

([Xiong, W.- Zhang, X.-Chen,H., 2015](#)), ([Zhang, X.-Xiong, W., 2015](#)), ([Attarzadeh, M- Chua, D.- Beer,M y Abbott, E., 2017](#)), ([Giraldo, 2019](#)), ([Zapata Quimbayo, C. - Mejía Veja, C., 2024](#)).

c) *Duración óptima y extensión contractual*: ([Ho, S.-Liu, L., 2002](#)), ([Zhang, Y.-Feng, Z.- Zhang, S., 2018](#)), ([Zapata Quimbayo, C. - Mejía Veja, C., 2024](#)).

En los proyectos de infraestructura vial, un importante factor de riesgo lo constituye el nivel de tráfico dado el impacto que presenta sobre el nivel de ingresos de la concesión. El gobierno puede incorporar cláusulas de garantía de ingresos cuando los niveles de tráfico no generen recursos financieros para recupero de inversión y repago de deuda. El estado asume el riesgo y dispone pisos que se activan en escenarios contingentes. Dichas garantías representan compromisos potenciales que deben cuantificarse adecuadamente. Permite determinar el valor actual de la corriente contingente de recursos comprometidos en sucesivos ejercicios, y determinar el impacto fiscal y pasivos contingentes a largo plazo. Los modelos de opciones reales brindan las herramientas para dicha valoración, en la siguiente sección se desarrolla la valuación de la garantía de ingresos mínimos como opción de venta (*put*).

2.1 Garantía de ingreso mínimo

Constituye una tradicional alternativa para transferir riesgos y disponer un piso de ingresos a favor del concesionario. El gobierno asume el compromiso de compensación financiera a favor de la contraparte, cuando el nivel de ingresos por cobro de peaje se encuentra por debajo de un determinado umbral, denominado mínimo garantizado ([Brandao, L.-Saravia, E., 2008](#)). El ingreso por concesión es el producto entre la tarifa y el nivel de tráfico vehicular, según la siguiente expresión:

$$R_t = T_t \times f_t \quad (1)$$

En donde T_t representa el nivel de tráfico vehicular y f_t el valor de la tarifa. La tarifa puede ajustar según nivel de precios, y consecuentemente en el pliego plantear una proyección estimada de inflación y corrección en moneda extranjera. Uno de los principales desafíos constituye proyectar el nivel de tráfico vehicular, asumiendo un comportamiento aleatorio. Para ello se parte de un nivel promedio de tráfico TDP_t y fDP_t tarifa. Se define como variable estocástica a TDP_t y fDP_t determinística, con correcciones en nominalidad. El proceso estocástico, en este caso se supone del tipo MGB (*geometric brownian motion*), a partir de la siguiente expresión:

$$dT_t/T_t = \mu dT_t + \sigma dW_t \quad (2)$$

En donde μ y σ representan pendiente y volatilidad de T_t y W_t un proceso de Wiener ([Wilmott, 2009](#)). La garantía de ingreso mínimo se asemeja a una opción de venta para el gobierno. La misma se ejerce periódicamente, por lo general en lapsos anuales, donde el aporte del gobierno es G_t . Este representa la diferencia entre el ingreso mínimo garantizado P_t y el observado R_t , tal que su expresión es la siguiente:

$$G_t = \text{Max} (P_t - R_t; 0) \quad (2)$$

La ecuación anterior representa el desembolso contingente para el estado, donde la garantía opera a favor del privado quien adopta el rol de tomador de la opción. El resultado esperado para el privado $E(R)_t$, se integra por P_t y R_t . Los ingresos contingentes tienen un piso explicado por P_t en donde la garantía de la siguiente manera:

$$E(R)_t = \begin{cases} R_t & \text{si } R_t > P_t \\ P_t & \text{si } R_t < P_t \end{cases} \quad (3)$$

El ingreso esperado para el concesionario es el máximo valor entre el ingreso garantizado y el obtenido:

$$E(R)_t = \text{Max} (P_t, R_t) \quad (4)$$

El valor actual de las contingentes garantías comprometidas surge de la sumatoria del valor de los *puts* europeos con vencimiento a un año (revisiones del contrato). Se extienden desde el primer año de la fase de operación, hasta la finalización de la concesión T . Tal que $T \geq h$, por lo que $T-h$ el valor de la garantía para todo el período, es equivalente al valor presente de G_t . Es de utilidad calcular el valor actual de las garantías por ingreso mínimo, como desembolso contingente del estado. Asimismo, el *put* que ejerce el privado, en su diseño tiene en consideración las limitaciones (*constrains*) para asegurar el servicio de la deuda. En tiempo discreto, R_t puede proyectarse con un régimen binomial a partir de suponer dicho comportamiento para la variable aleatoria TDP_t . La siguiente ecuación establece el valor actual de las garantías durante el período de concesión:

$$V_{GIM} = \left\{ \sum_{t=h}^{t=T} \left[\frac{t!}{j!(t-j)!} p^j (1-p)^{t-j} (u^j; d^{t-j} G_{t,j}) \right] \times (1+r)^{-t} \right\} \quad (5)$$

Donde p representa las probabilidades neutrales al riesgo, r la tasa libre de riesgo, $G_{t,j}$ las garantías contingentes por ingreso mínimo para cada nodo.

3. Metodología: valoración contrato de concesión público-privado con garantías mínimas

Metodológicamente para ilustrar el funcionamiento del modelo propuesto se aplica el análisis de caso en administración ([Castro Monge, 2010](#)). Para ello, se toma como unidad de análisis un proyecto de concesión, de infraestructura vial. El mismo se encuentra localizado en la República Argentina, provincia de Buenos Aires, uniendo el distrito federal con punto turísticos de la costa atlántica. El privado asume compromiso de financiación, diseño, operación y administración. Finalizado el período de concesión se transfiere al sector público. La obra implica la construcción de una ruta de doble calzada con dos tramos ruta (TR), cuya extensión total de 160 kilómetros, con tramos de 70,4 y 105,6 kilómetros, con conexión a capital e importantes puntos de acceso turístico. Las etapas del proyecto son dos: I-Construcción con duración de tres años, al finalizar se entregan los dos trayectos (TR) y II-Operación y mantenimiento (O y M) con duración de 22 años.

Se estima que el valor total de la inversión asciende a \$58.750 millones de pesos, u\$48.395.833². Se establece una tarifa diferencial de peaje inicial durante las fases de construcción y de operación. La tarifa promedio inicial propuesta durante la fase de construcción es \$500 y \$750 en la segunda etapa. Los recursos obtenidos se destinan para inversión de infraestructura. En la segunda etapa, luego de entregar la obra, los ingresos se afectan operaciones, impuestos y el servicio de deuda. El flujo residual restante se destina al repago a concesionario. Los costos de operaciones y mantenimiento (O y M) son de \$560 millones anuales. La tasa de impuesto a la renta, por régimen especial, define una alícuota nominal del 10%.

La estructura financiera del proyecto es la siguiente: a) privado concesionario 32% y b) privado financiero préstamo 68%. El préstamo acordado a una tasa de interés del 5% con plazo de devolución 12 años. En este caso la entidad financiera exige una relación de cobertura del servicio de deuda de 1,2. La tasa libre de riesgo se supone del 3% y se asume que los precios relativos se encuentran correlacionados perfectamente, con lo cual no se producen distorsiones a ser corregidas nominalmente, en la proyección de los flujos de fondos.³

En aras de simplificar, de los estudios de tráfico vehicular, se obtiene a partir de las series históricas, una tasa de tráfico promedio (todas las categorías) de 2,75 millones de rodados, anuales, transitando por la carretera. La serie arroja una pendiente (*drift*) de $u=6\%$, con una volatilidad $\sigma=14\%$. A los efectos de proyectar la corriente de tráfico vehicular anual, se supone que esta sigue un comportamiento estocástico del tipo geométrico browniano (GBM), mediante la siguiente expresión:

$$d(T_{t+1}/T_t) = \mu dt + \sigma \sqrt{t} dW \quad (6)$$

Donde dW es un proceso de Weiner con $Z=N(0,1)$. En la siguiente tabla se presenta las variables del proyecto a ser analizado.

Tabla 1. Variables del caso de análisis

TR1 (tramo ruta 1 en km)	70,4	Inversión (millones)	\$ 58.075,00
TR2 (tramo ruta 2 en km)	105,6	Tarifa peaje promedio etapa 1	\$ 500,00
t(1) Duración inversion	3	Tarifa peaje promedio etapa 2	\$ 750,00
t(2) Duración concesión	22	Costos (O & M) (millones)	\$ 560,00
Wp (concesionario)	32,00%	Cobertura servicio deuda	1,2
Wb (entidad financiera)	68,00%	Plazo préstamo	12
ke (concesionario)	12,00%	Tasa media vehículos (millones)	2,75
ki (financiero)	5,00%	μ (pendiente)	6%
Tasa impuesto	10,00%	σ (volatilidad)	14%
CCPP (Costo Capital Promedio)	6,90%	rf (tasa libre de riesgo)	3%

Fuente: Elaboración propia

2. Se supone una conversión al tipo de cambio *spot* (contado). Para la proyección de inflación, en particular en mercados emergentes se puede aplicar el modelo de valuación en dos monedas aplicando, proyectando la estructura temporal de tipo de interés. (Milanesi G., 2017)

3. En el caso de distorsiones en los precios relativos de los bienes, se requiere la corrección por inflación, optando por trabajar en términos reales (moneda de inicio) o nominales (con inflación proyectada). No es el objeto del presente trabajo, asumiendo estructura de precios relativos constante.

4. Resultados del modelo

En la presente sección se presentan los resultados obtenidos en el proceso de valoración. En la primera parte la valuación tradicional, seguidamente la incorporación de garantías mínimas y determinación de tarifas de equilibrio.

4.1 Valor esperado del proyecto y anatomía del riesgo sin flexibilidad

El primer paso consiste en la construcción de los flujos de fondos del proyecto. Para ello primero se procede a elaborar el cuadro de marcha correspondiente al préstamo. Se calcula la cuota del sistema de pago del tipo francés. El objetivo es determinar el valor de la cuota tradicional ($\bar{C}_t$) a los efectos de compararla con la razón de cobertura de servicio de deuda, (CSD).

$$\bar{C}_t = V \times \left[\frac{(1+ki)^n \times ki}{(1+ki)^n - 1} \right] \quad (7)$$

En la ecuación precedente representa el importe del préstamo (\$39.491 millones), el plazo de tiempo (12) y ki el costo financiero (5%). El valor de la cuota fija es ($\bar{C}_t$) = \$4.455,59 millones. En el anexo, tabla A.1 es desarrollado el cuadro de marcha del préstamo.

La proyección de ingresos depende del nivel esperado de tráfico. A los efectos de estimar el valor del proyecto sin opciones, se propone estimar la variable de manera determinística, conforme se expresa en la siguiente ecuación:

$$T_{t+1} = \mu dt T_t + \sigma \sqrt{t} dT_t \quad (8)$$

Donde T_{t+1} representa el nivel esperado para el próximo período, T_t el nivel observado, siendo el inicial 2.75 millones de vehículos. La pendiente se encuentra expresada por $\mu=6\%$ y volatilidad de $\sigma=14\%$. En el caso de proyectar un comportamiento aleatorio, la ecuación anterior incorpora un proceso de Wiener (W) con variable normal $Z \rightarrow (0,1)^4$. La ecuación empleada es la siguiente:

$$\tilde{T}_{t+1} = \mu dt \tilde{T}_t + \sigma \sqrt{t} dW \rightarrow Z \rightarrow (0,1) \quad (9)$$

Las ecuaciones precedentes permiten construir y proyectar el flujo de fondos libres, conforme reza en la ecuación 10:

$$FFL_t = \{[(T_{t+1} \times TP_e) - COM - C_t] - T_e\} \quad (10)$$

En esta TP_e representa la tarifa promedio por etapa, COM los costos de operación y

4. Empleando planillas de cálculo se incorpora la variable aleatoria como $T(t+1) = ((u^*t * T(t)) + (INV.NORM(ALEATORIO(0;0;1) * sigma * RAIZ(t) * T(t))) + T(t))$

mantenimiento, C_t la cuota efectiva pagada y T_e el impuesto pagado. Se supone ausencia de inflación esperada. El valor de la cuota del préstamo es el mayor entre la cuota original y el importe que resulta de dividir el flujo de fondos operativos por el coeficiente de cobertura de servicio de deuda, $[(T_{t+1} \times TP_e) - COM]$, conforme surge de la siguiente expresión:

$$C_t = Si\{V_t \leq \bar{C}_t; V_t[Si(\bar{C}_t \geq [(T_{t+1} \times TP_e) - COM]/CSD; \bar{C}_t; [(T_{t+1} \times TP_e) - COM]/CSD]\} \quad (10)$$

Para determinar el impuesto a las ganancias pagado (T_e) primero se calcular el impuesto a las ganancias del período (T_p) donde (TxI_p) representa el escudo fiscal por intereses, obtenido a partir del cuadro de marcha del préstamo (tabla A.1 anexo).

$$T_p = -[(T_{t+1} \times TP_e) - COM] \times T + T \times I_t \quad (11)$$

El impuesto pagado surge en tanto no existan quebrantos del ejercicio anterior ($T_{p-1} > 0$), caso contrario estos son computados y compensados contra el impuesto del período, conforme reza en la siguiente ecuación:

$$T_e = Si[T_{p-1} > 0; T_{p-1} + T_p; T_p] \quad (12)$$

En la siguiente tabla se presenta la proyección de los flujos de fondos determinísticos.

Tabla 2. Flujo de fondos proyectados determinístico

Determinístico									
Períodos	Tráfico promedio	Ingresos peaje	Costo Operación	Préstamo				Impuesto efectivo	Flujo de fondos libre
				Cuota	Amortz.	Interés	Saldo		
0	2,75						\$ 39.491,00		-\$ 58.075,00
1	3,30	\$ 1.650,00	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.481,04	\$ 1.974,55	\$ 37.009,96	\$ 88,46	-\$ 3.277,13
2	3,96	\$ 1.980,00	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.605,09	\$ 1.850,50	\$ 34.404,87	\$ 131,50	-\$ 2.904,08
3	4,75	\$ 2.376,00	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.735,34	\$ 1.720,24	\$ 31.669,53	\$ 33,47	-\$ 2.606,11
4	5,70	\$ 4.276,80	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.872,11	\$ 1.583,48	\$ 28.797,41	-\$ 213,33	-\$ 952,12
5	6,84	\$ 5.132,16	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.015,72	\$ 1.439,87	\$ 25.781,70	-\$ 313,23	-\$ 196,66
6	8,21	\$ 6.158,59	\$ 560,00	\$ 4.665,49	\$ 3.376,41	\$ 1.289,08	\$ 22.405,29	-\$ 430,95	\$ 502,15
7	9,85	\$ 7.390,31	\$ 560,00	\$ 5.691,93	\$ 4.571,66	\$ 1.120,26	\$ 17.833,63	-\$ 571,00	\$ 567,38
8	11,82	\$ 8.868,37	\$ 560,00	\$ 6.923,64	\$ 6.031,96	\$ 891,68	\$ 11.801,67	-\$ 741,67	\$ 643,06
9	14,19	\$ 10.642,05	\$ 560,00	\$ 8.401,71	\$ 7.811,62	\$ 590,08	\$ 3.990,04	-\$ 949,20	\$ 731,14
10	17,03	\$ 12.770,46	\$ 560,00	\$ 4.189,55	\$ 3.990,04	\$ 199,50	\$ -	-\$ 1.201,10	\$ 6.819,82
11	20,43	\$ 15.324,55	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 1.476,45	\$ 13.288,09
12	24,52	\$ 18.389,46	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 1.782,95	\$ 16.046,51
13	29,42	\$ 22.067,35	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 2.150,73	\$ 19.356,61
14	35,31	\$ 26.480,82	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 2.592,08	\$ 23.328,74
15	42,37	\$ 31.776,98	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 3.121,70	\$ 28.095,28
16	50,84	\$ 38.132,38	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 3.757,24	\$ 33.815,14
17	61,01	\$ 45.758,85	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 4.519,89	\$ 40.678,97
18	73,21	\$ 54.910,62	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 5.435,06	\$ 48.915,56
19	87,86	\$ 65.892,75	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 6.533,27	\$ 58.799,47
20	105,43	\$ 79.071,30	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 7.851,13	\$ 70.660,17

Fuente: Elaboración propia.

El valor actual neto, para el privado asciende a \$292.537,20 millones, la diferencia entre valor actual de los flujos de fondos \$311.121 millones, menos la inversión privada \$18.584 millones sin financiamiento. En este caso, el valor actual es determinístico donde el crecimiento de la demanda se encuentra explicado por la ecuación 8. No obstante, el comportamiento de la variable tráfico es aleatorio. A los efectos de su modelización se utiliza la ecuación 9, y se somete a 1500 iteraciones mediante el método numérico de simulación⁵. La siguiente tabla captura una corrida de simulación correspondiente a los flujos del proyecto.

Tabla 3. Flujo de fondos proyectados aleatorio

Aleatorio									
Periodos	Tráfico	Ingresos	Costo	Préstamo				Impuesto	Flujo de
	Promedio	peaje	Operación	Cuota	Amortz	Interés	Saldo	Efectivo	fondos libre
0	2,75	\$ 1.536,42					\$ 39.491,00		-\$ 58.075,00
1	3,07	\$ 2.110,68	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.481,04	\$ 1.974,55	\$ 37.009,96	\$ 489,37	-\$ 2.989,80
2	4,22	\$ 2.180,91	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.605,09	\$ 1.850,50	\$ 34.404,87	\$ 908,91	-\$ 1.996,00
3	4,36	\$ 3.071,83	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.735,34	\$ 1.720,24	\$ 31.669,53	\$ 819,03	-\$ 2.015,64
4	4,10	\$ 3.084,38	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 2.872,11	\$ 1.583,48	\$ 28.797,41	\$ 696,22	-\$ 1.247,54
5	4,11	\$ 3.153,39	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.015,72	\$ 1.439,87	\$ 25.781,70	\$ 577,83	-\$ 1.353,38
6	4,20	\$ 3.294,09	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.166,50	\$ 1.289,08	\$ 22.615,19	\$ 561,23	-\$ 1.300,97
7	4,39	\$ 3.414,92	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.324,83	\$ 1.130,76	\$ 19.290,37	\$ 632,98	-\$ 1.088,52
8	4,55	\$ 3.607,28	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.491,07	\$ 964,52	\$ 15.799,30	\$ 800,18	-\$ 800,48
9	4,81	\$ 3.729,25	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.665,62	\$ 789,96	\$ 12.133,67	\$ 1.005,76	-\$ 402,55
10	4,97	\$ 4.674,69	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 3.848,90	\$ 606,68	\$ 8.284,77	\$ 665,14	-\$ 621,20
11	6,23	\$ 4.178,68	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 4.041,35	\$ 414,24	\$ 4.243,42	-\$ 319,35	-\$ 660,25
12	5,57	\$ 5.209,90	\$ 560,00	\$ 4.455,59	\$ 4.243,42	\$ 212,17	-\$ 0,00	-\$ 396,65	-\$ 1.233,56
13	6,95	\$ 5.108,74	\$ 560,00	-\$ 0,00	-\$ 0,00	-\$ 0,00	\$ -	-\$ 520,99	\$ 4.128,91
14	6,81	\$ 4.951,79	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 510,87	\$ 4.037,87
15	6,60	\$ 6.619,54	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 495,18	\$ 3.896,61
16	8,83	\$ 6.738,81	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 661,95	\$ 5.397,58
17	8,99	\$ 6.770,62	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 673,88	\$ 5.504,93
18	9,03	\$ 8.429,51	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 677,06	\$ 5.533,56
19	11,24	\$ 8.898,66	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 842,95	\$ 7.026,56
20	11,86	\$ 8.738,75	\$ 560,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	-\$ 889,87	\$ 7.448,79

Fuente: Elaboración propia.

5. En este caso la simulación fue desarrollada a partir de la función @inv. aleatorio (0,1) MsExcel® en la ecuación 9 recreando la cantidad de iteraciones indicadas.

La siguiente tabla sintetiza los resultados de la simulación.

Tabla 4. Estadísticos del proyecto y Flujos en Riesgo

Media	-\$ 17.261,99
Desvío	\$ 18.564,40
Max	\$ 157.135,61
Min	-\$ 42.373,56
X	0
Z	0,92984359
P(VAN >0)	0,176226037
nivel confianza	0,95
Z*(en valores absolutos)	1,644853627
E(V)	-\$ 12.406,13
CaR (sigma)*Dsvt	\$ 30.535,72
V*	-\$ 42.941,84

Fuente: Elaboración propia.

En este caso, el $E(V)$ asciende a -\$17.261 millones, la probabilidad de ocurrencia de un valor actual positivo $P(VAN > 0)$ es del 17,62%. Para un nivel de confianza 95% el flujo en riesgo, $CaR = E(V) \times |Z^*| \times \sigma = \$30.535,72$, tal que el valor en riesgo $V^* = E(V) - CaR = (-\$42.941,84)$, es decir el 5% de los casos dicho valor extremo puede verificarse. Los resultados arrojados por el análisis estocástico conducen al rechazo del proyecto de parte del privado.

4.2. Valor del proyecto con garantía de ingresos mínimos

La garantía de ingresos mínimos es un piso en los ingresos contingentes a favor del concesionario, a cargo del concedente. En tal sentido, se propone estimar el valor actual de dicha garantía. Dicho resultado permite anticipar la suma contingente a ser comprometida en futuros presupuestos de parte del estado (ecuación 2). Asimismo, permite cuantificar el valor del proyecto para el privado, incorporando la flexibilidad estratégica que otorga este *put*, que oficia como seguro de ingresos (ecuación 3).

Su estimación requiere de proyectar bajo un régimen binomial la tasa de tráfico. Con un nivel de volatilidad $\sigma = 14\%$ se obtienen los coeficientes $u = e^{0.14}$ y $d = e^{-0.14}$, a los efectos de proyectar el nivel de tráfico, $T_{t+1} = [T_t \times u; T_t \times d]$, conforme surge de las tablas A.2 y A.3 del anexo. Seguidamente las tablas A.4 y A.5 del anexo exponen el proceso binomial correspondientes a ingresos por peajes, producto entre precio y cantidades $I_{t+1} = T_{t(u)} \times TP_e; T_{t(d)} \times TP_e$. Finalmente, las tablas A.6 y A.7 del anexo para cada período calculan las probabilidades equivalentes ciertas, para ello fue empleada las siguientes expresiones:

$$p = \frac{(1+r)-d}{(u-d)} \quad (13)$$

y la respectiva combinatoria:

$$p(i,j) = \frac{t!}{j!(t-j)!} p^j (1-p)^{t-j} \quad (14)$$

Aplicando la ecuación 5 se obtiene para cada período el valor de los ingresos mínimos de garantías. Estos ofician de piso, en términos de opciones de venta, equivalentes al valor de ejercicio cuando lo recaudado se encuentra por debajo de la garantía (ecuación 3). La siguiente tabla expone las garantías proyectadas durante todo el período de concesión.

Tabla 5. Valor ejercicio garantías mínimas en base al modelo binomial

16	17	18	19	20	21	22
\$ 3.309,71	\$ 3.409,00	\$ 3.511,27	\$ 3.616,61	\$ 3.725,10	\$ 3.836,86	\$ 3.951,96

9	10	11	12	13	14	15
\$ 2.691,09	\$ 2.771,83	\$ 2.854,98	\$ 2.940,63	\$ 3.028,85	\$ 3.119,72	\$ 3.213,31

1	2	3	4	5	6	7	8
\$ 1.416,25	\$ 1.458,74	\$ 1.502,50	\$ 2.321,36	\$ 2.391,00	\$ 2.462,73	\$ 2.536,61	\$ 2.612,71

Fuente: Elaboración propia.

Las tablas 6, 7 y 8 expresan para los períodos de tiempo de la concesión, los diferentes ejercicios del *put* como consecuencia de activarse la garantía por ingresos (ecuación 2).

Tabla 6. Valor contingente garantías períodos 22 a 16

16	17	18	19	20	21	22
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 580,75	\$ 269,95	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 1.247,21	\$ 1.036,56	\$ 782,31	\$ 477,56	\$ 114,34	\$ -	\$ -
\$ 1.750,90	\$ 1.615,95	\$ 1.448,77	\$ 1.244,17	\$ 996,15	\$ 697,81	\$ 341,20
\$ 2.131,59	\$ 2.053,84	\$ 1.952,46	\$ 1.823,55	\$ 1.662,60	\$ 1.464,42	\$ 1.223,01
\$ 2.419,30	\$ 2.384,79	\$ 2.333,15	\$ 2.261,45	\$ 2.166,30	\$ 2.043,81	\$ 1.889,46
\$ 2.636,75	\$ 2.634,92	\$ 2.620,87	\$ 2.592,40	\$ 2.546,99	\$ 2.481,70	\$ 2.393,16
\$ 2.801,10	\$ 2.823,96	\$ 2.838,32	\$ 2.842,53	\$ 2.834,70	\$ 2.812,65	\$ 2.773,84
\$ 2.925,31	\$ 2.966,84	\$ 3.002,66	\$ 3.031,57	\$ 3.052,15	\$ 3.062,78	\$ 3.061,56
\$ 3.019,19	\$ 3.074,82	\$ 3.126,87	\$ 3.174,45	\$ 3.216,50	\$ 3.251,82	\$ 3.279,01
\$ 3.090,14	\$ 3.156,43	\$ 3.220,75	\$ 3.282,43	\$ 3.340,71	\$ 3.394,70	\$ 3.443,36
	\$ 3.218,11	\$ 3.291,70	\$ 3.364,04	\$ 3.434,58	\$ 3.502,68	\$ 3.567,57
		\$ 3.345,32	\$ 3.425,72	\$ 3.505,53	\$ 3.584,29	\$ 3.661,44
			\$ 3.472,34	\$ 3.559,16	\$ 3.645,97	\$ 3.732,39
				\$ 3.599,68	\$ 3.692,59	\$ 3.786,02
					\$ 3.727,82	\$ 3.826,54
						\$ 3.857,17
\$ 446,43	\$ 459,03	\$ 465,19	\$ 485,74	\$ 489,89	\$ 506,44	\$ 518,35

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7. Valor contingente garantías períodos 9 a 15

9	10	11	12	13	14	15
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 318,65	\$ 42,87	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 898,04	\$ 709,33	\$ 482,54	\$ 211,68	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 1.335,94	\$ 1.213,02	\$ 1.061,93	\$ 878,13	\$ 656,41	\$ 390,76	\$ 74,26
\$ 1.666,89	\$ 1.593,71	\$ 1.499,82	\$ 1.381,83	\$ 1.235,80	\$ 1.057,22	\$ 840,87
\$ 1.917,02	\$ 1.881,42	\$ 1.830,78	\$ 1.762,51	\$ 1.673,69	\$ 1.560,91	\$ 1.420,26
\$ 2.106,06	\$ 2.098,88	\$ 2.080,90	\$ 2.050,23	\$ 2.004,64	\$ 1.941,60	\$ 1.858,15
	\$ 2.263,22	\$ 2.269,95	\$ 2.267,68	\$ 2.254,77	\$ 2.229,31	\$ 2.189,10
		\$ 2.412,82	\$ 2.432,03	\$ 2.443,81	\$ 2.446,76	\$ 2.439,23
			\$ 2.556,24	\$ 2.586,69	\$ 2.611,11	\$ 2.628,27
				\$ 2.694,67	\$ 2.735,32	\$ 2.771,15
					\$ 2.829,20	\$ 2.879,13
						\$ 2.960,74
\$ 343,35	\$ 346,33	\$ 375,00	\$ 388,85	\$ 398,41	\$ 421,51	\$ 425,14

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 8. Valor contingente garantías períodos 1 a 8

1	2	3	4	5	6	7	8
\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
\$ 220,88	\$ 83,74	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
	\$ 419,53	\$ 307,13	\$ 258,86	\$ 18,56	\$ -	\$ -	\$ -
		\$ 599,06	\$ 762,56	\$ 597,95	\$ 400,23	\$ 164,18	\$ -
			\$ 1.143,24	\$ 1.035,84	\$ 903,93	\$ 743,56	\$ 550,21
				\$ 1.366,80	\$ 1.284,61	\$ 1.181,46	\$ 1.053,91
					\$ 1.572,33	\$ 1.512,41	\$ 1.434,59
						\$ 1.762,54	\$ 1.722,31
							\$ 1.939,76
\$ 91,78	\$ 111,04	\$ 131,24	\$ 238,07	\$ 240,15	\$ 283,64	\$ 300,27	\$ 315,50

Fuente: Elaboración propia.

El valor actual de las garantías proyectadas (última fila tablas 6, 7 y 8) permite estimar el pago contingente al que se compromete el gobierno, conforme se expone a continuación:

$$V_{GIM} = \sum_{t=1}^{n=22} E(V_{GIM,t}) \times e^{-rt} = \$7.781,36$$

Las mismas ascienden a \$7.781,36 millones, representando para el gobierno una afectación contingente en futuros ejercicios presupuestarios del 13% de la inversión total relacionada con la obra de infraestructura. Las siguientes tablas (9, 10 y 11) exponen desde la perspectiva del concesionario el valor actual del proyecto (ecuación 3 y 5).

Tabla 9. Valor proyecto concesionario con opción de garantías períodos 16 a 22

16	17	18	19	20	21	22
\$ 16.932,37	\$ 19.552,60	\$ 22.566,58	\$ 26.033,49	\$ 30.021,38	\$ 34.608,54	\$ 39.885,03
\$ 12.674,13	\$ 14.654,45	\$ 16.932,37	\$ 19.552,60	\$ 22.566,58	\$ 26.033,49	\$ 30.021,38
\$ 9.455,81	\$ 10.952,51	\$ 12.674,13	\$ 14.654,45	\$ 16.932,37	\$ 19.552,60	\$ 22.566,58
\$ 7.023,46	\$ 8.154,65	\$ 9.455,81	\$ 10.952,51	\$ 12.674,13	\$ 14.654,45	\$ 16.932,37
\$ 5.185,14	\$ 6.040,06	\$ 7.023,46	\$ 8.154,65	\$ 9.455,81	\$ 10.952,51	\$ 12.674,13
\$ 3.795,76	\$ 4.441,90	\$ 5.185,14	\$ 6.040,06	\$ 7.023,46	\$ 8.154,65	\$ 9.455,81
\$ 2.745,69	\$ 3.234,03	\$ 3.795,76	\$ 4.441,90	\$ 5.185,14	\$ 6.040,06	\$ 7.023,46
\$ 2.532,81	\$ 2.591,09	\$ 2.745,69	\$ 3.234,03	\$ 3.795,76	\$ 4.441,90	\$ 5.185,14
\$ 2.599,46	\$ 2.667,75	\$ 2.734,37	\$ 2.798,70	\$ 2.860,03	\$ 3.234,03	\$ 3.795,76
\$ 2.649,83	\$ 2.725,69	\$ 2.801,02	\$ 2.875,36	\$ 2.948,21	\$ 3.018,95	\$ 3.086,89
\$ 2.687,90	\$ 2.769,48	\$ 2.851,39	\$ 2.933,30	\$ 3.014,85	\$ 3.095,61	\$ 3.175,07
\$ 2.716,67	\$ 2.802,58	\$ 2.889,46	\$ 2.977,09	\$ 3.065,22	\$ 3.153,55	\$ 3.241,71
\$ 2.738,41	\$ 2.827,59	\$ 2.918,23	\$ 3.010,19	\$ 3.103,29	\$ 3.197,34	\$ 3.292,08
\$ 2.754,85	\$ 2.846,49	\$ 2.939,97	\$ 3.035,20	\$ 3.132,06	\$ 3.230,44	\$ 3.330,15
\$ 2.767,27	\$ 2.860,78	\$ 2.956,41	\$ 3.054,10	\$ 3.153,81	\$ 3.255,45	\$ 3.358,92
\$ 2.776,65	\$ 2.871,58	\$ 2.968,83	\$ 3.068,39	\$ 3.170,24	\$ 3.274,35	\$ 3.380,67
\$ 2.783,75	\$ 2.879,74	\$ 2.978,22	\$ 3.079,19	\$ 3.182,66	\$ 3.288,64	\$ 3.397,10
	\$ 2.885,91	\$ 2.985,31	\$ 3.087,35	\$ 3.192,05	\$ 3.299,44	\$ 3.409,52
		\$ 2.990,67	\$ 3.093,52	\$ 3.199,15	\$ 3.307,60	\$ 3.418,91
			\$ 3.098,18	\$ 3.204,51	\$ 3.313,77	\$ 3.426,01
				\$ 3.208,56	\$ 3.318,43	\$ 3.431,37
					\$ 3.321,95	\$ 3.435,42
						\$ 3.438,48
\$ 1.977,75	\$ 1.998,76	\$ 2.013,05	\$ 2.041,47	\$ 2.053,23	\$ 2.077,15	\$ 2.096,18

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 10. Valor proyecto concesionario con opción de garantías períodos 9 a 15

9	10	11	12	13	14	15
-\$ 2.302,63	\$ 2.853,87	\$ 8.154,65	\$ 9.455,81	\$ 10.952,51	\$ 12.674,13	\$ 14.654,45
-\$ 3.900,80	\$ 1.015,54	\$ 6.040,06	\$ 7.023,46	\$ 8.154,65	\$ 9.455,81	\$ 10.952,51
-\$ 5.108,67	-\$ 373,84	\$ 4.441,90	\$ 5.185,14	\$ 6.040,06	\$ 7.023,46	\$ 8.154,65
-\$ 6.021,56	-\$ 1.423,91	\$ 3.234,03	\$ 3.795,76	\$ 4.441,90	\$ 5.185,14	\$ 6.040,06
-\$ 6.392,85	-\$ 2.174,66	\$ 2.321,14	\$ 2.745,69	\$ 3.234,03	\$ 3.795,76	\$ 4.441,90
-\$ 6.334,91	-\$ 2.108,02	\$ 2.113,74	\$ 2.163,74	\$ 2.321,14	\$ 2.745,69	\$ 3.234,03
-\$ 6.291,12	-\$ 2.057,65	\$ 2.171,68	\$ 2.230,38	\$ 2.287,61	\$ 2.342,82	\$ 2.395,40
-\$ 6.258,02	-\$ 2.019,58	\$ 2.215,47	\$ 2.280,75	\$ 2.345,55	\$ 2.409,47	\$ 2.472,06
-\$ 6.233,01	-\$ 1.990,81	\$ 2.248,56	\$ 2.318,82	\$ 2.389,33	\$ 2.459,84	\$ 2.530,00
-\$ 6.214,11	-\$ 1.969,06	\$ 2.273,57	\$ 2.347,59	\$ 2.422,43	\$ 2.497,90	\$ 2.573,79
	-\$ 1.952,63	\$ 2.292,48	\$ 2.369,34	\$ 2.447,44	\$ 2.526,68	\$ 2.606,89
		\$ 2.306,77	\$ 2.385,77	\$ 2.466,35	\$ 2.548,42	\$ 2.631,90
			\$ 2.398,19	\$ 2.480,63	\$ 2.564,86	\$ 2.650,80
				\$ 2.491,43	\$ 2.577,28	\$ 2.665,09
					\$ 2.586,66	\$ 2.675,89
						\$ 2.684,05
-\$ 4.561,14	-\$ 1.267,87	\$ 1.859,92	\$ 1.883,67	\$ 1.902,80	\$ 1.935,17	\$ 1.947,78

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 11. Valor proyecto concesionario con opción de garantías períodos 1 a 8

1	2	3	4	5	6	7	8
-\$ 3.338,67	-\$ 3.137,17	-\$ 2.904,14	-\$ 1.551,55	-\$ 1.077,57	-\$ 740,83	-\$ 1.138,00	-\$ 1.649,34
-\$ 3.465,42	-\$ 3.453,30	-\$ 3.364,10	-\$ 2.345,18	-\$ 1.990,46	-\$ 1.790,90	-\$ 2.345,87	-\$ 3.038,72
	-\$ 3.419,72	-\$ 3.404,60	-\$ 2.686,13	-\$ 2.661,84	-\$ 2.584,53	-\$ 3.258,76	-\$ 4.088,79
		-\$ 3.375,41	-\$ 2.635,76	-\$ 2.603,90	-\$ 2.784,10	-\$ 3.784,53	-\$ 4.882,42
			-\$ 2.597,69	-\$ 2.560,11	-\$ 2.733,73	-\$ 3.726,59	-\$ 4.932,01
				-\$ 2.527,02	-\$ 2.695,66	-\$ 3.682,80	-\$ 4.881,64
					-\$ 2.666,89	-\$ 3.649,70	-\$ 4.843,57
						-\$ 3.624,69	-\$ 4.814,80
							-\$ 4.793,06
-\$ 3.292,66	-\$ 3.149,04	-\$ 3.008,40	-\$ 2.167,27	-\$ 2.052,51	-\$ 2.075,27	-\$ 2.780,72	-\$ 3.607,44

Fuente: Elaboración propia.

El valor actual de los flujos con garantía de ingresos mínimos asciende a -\$4.175,37 millones y sin garantía de ingresos -\$11.956, 7 millones producto de restar el valor de los ingresos con garantía y el valor actual contingente de la garantía por ingresos mínimos, $VA_{s/gim} = VA_{c/gim} - V_{GIM}$. En tal caso no es atractivo el proyecto. Un ejercicio alternativo consiste en sensibilizar la tarifa en el tramo de operación a los efectos de calcular el precio de equilibrio para que el VAN=0 y la ecuación económica de beneficio remunere los factores productivos del proyecto de infraestructura.⁶

En la siguiente tabla se exponen los resultados:

6. La iteración se realiza con Solver MSeXcel® buscando como restricción que el $V(c/gim) = 0$, tarifa en el tramo 1 y 2 > 0; cambiando el valor de la tarifa 2.

Tabla 12. Tarifas de equilibrio VAN =0

VA GIM (Estado)	\$ 7.781,36
VA GIM % sobre Inversión	13%
VA FFL con GIM privado	-\$ 4.175,37
VA FFL sin GIM privado	-\$ 11.956,73
VAN con GIM	-\$ 22.759,37
VAN sin GIM	-\$ 30.540,73
Tarifa equilibrio VAN = 0 con GIM (I)	\$ 1.144,93
Δ sobre tarifa original	52,7%
Tarifa equilibrio VAN = 0 sin GIM (II)	\$ 1.391,00
Δ sobre tarifa original	85,5%
Δ sobre tarifa equilibrio GIM	21,5%
Tiempo pago préstamo con tarifa (I)	10
VA GIM (Estado) tarifa (I)	\$ 11.702,80
VA GIM % sobre Inversión tarifa (I)	20%

Fuente: Elaboración propia.

La tarifa de equilibrio para un contrato de concesión con garantías asciende a \$1.144, 93, un 52,7% más que la tarifa originalmente proyectada. En el caso de no proyectar en el modelo garantías mínimas de ingreso, la tarifa de equilibrio para un VAN=0 asciende a \$1.391, un 85,5% más en relación al valor de la tarifa original, y un 21,5% adicional a la tarifa de equilibrio con garantías de ingresos. En el caso de plantear una tarifa de equilibrio, el gobierno debe desembolsar contingentemente en futuros ejercicios la suma de \$11.072 millones, el equivalente el 20% del presupuesto de inversión de la obra.

Conclusiones

Los acuerdos para obra de infraestructura público-privado involucran un conjunto de sujetos y relaciones contractuales cuya complejidad, hace que herramientas tradicionales como el valor actual del proyecto (descuento de flujos de fondos), brinde información insuficiente relativa al valor intrínseco del proyecto. Las tres partes intervinientes, gobierno, privado desarrollador y entidades financieras, presentan diferentes objetivos. El primero, mediante la obra de infraestructura, busca mejorar el bienestar de la población, mediante la provisión de un bien o servicio público o cuasi público. Los privados pretenden obtener beneficios marginales que potencien su modelo de negocio. El convenio debe contemplar los reaseguros para cumplir con los objetivos de las partes. En tal sentido, la incorporación de opciones, brinda flexibilidad estratégica al proyecto y mayor atractivo a la contraparte privada. Un tipo de opcionalidad se encuentra dada por la garantía de ingreso mínimo, como reaseguro del nivel de ingresos a favor del concesionario. El presente trabajo desarrolló un modelo de valoración aplicando la teoría de opciones reales. El modelo se estructura en las siguientes etapas:

- a) Se proyectan los flujos de fondos de manera determinística y estocástica, suponiendo un proceso geométrico browniano. Asimismo, se estima contingentemente el repago del financiamiento, aplicando ratios de cobertura de servicio de deuda sobre cuotas fijas del préstamo. Se calcula el valor actual determinístico y aleatorio sin opciones reales.
- b) Se analiza la anatomía del riesgo con los estadísticos descriptivos. Adicionalmente se incorpora en el análisis la probabilidad de valor actual positivo, el Valor en Riesgo (VAR) del proyecto.
- c) Son estimadas, suponiendo un proceso estocástico binomial las garantías de ingresos mínimos a ser definidas como ejercicios de opciones (*put*), a ser incorporadas en el convenio, donde el gobierno es el lanzador y el privado el tomador.
- d) El valor actual estratégico del proyecto para el privado con opcionalidad y la posibilidad de establecer tarifas de equilibrio donde el valor actual sea cero para las partes intervinientes.

El análisis de caso, sobre un proyecto de infraestructura vial, permite brindar información acerca de los alcances y resultados del modelo propuesto, a saber:

- a) Desde la perspectiva del gobierno, estimó el valor actual contingente de los pagos futuros en concepto de garantía por ingreso mínimo. El valor definido debe ser incorporado en el acuerdo, ya que oficia de ejercicio a favor de concesionario. Asimismo, permite determinar la cuantía de pasivos contingentes o recursos a ser afectados en futuros presupuestos, vinculado al ejercicio de la garantía.
- b) Para el privado, calcula el valor actual estratégico. Este se integra por el valor actual del proyecto sin flexibilidad más el valor de la opción de garantía, que actúa como un *put*. Además de proyectar el repago del servicio de la deuda y plazo a favor del privado financiero.
- c) Para las partes, conforme se expone en el caso, permite renegociar tarifas a los efectos de lograr un valor actual cero, donde los factores de la producción sean remunerados. En tal sentido, el modelo es planteado con un conjunto de restricciones para establecer la tarifa de equilibrio.

Una futura línea de investigación implica incorporar la cuantificación de penalidades por incumplimiento. Estas, calculadas a partir de pagos contingentes mediante teoría de opciones y teoría de juegos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Attarzadeh, M- Chua, D.- Beer, M. y Abbott, E. (2017). Options-based negotiation management of PPP–BOT infrastructure projects. *Construction Management and Economics.*, 35(11-12), 676-692. doi:10.1080/01446193.2017.1325962

Blank, F.-Baida, T.-Dias, M. (2009). Real options in public private partnership-case of a toll road concession. *13 th Annual International Conference on Real Options*. Portugal: Real Options Group. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/228877639_REAL_OPTIONS_IN_PUBLIC_PRIVATE_PARTNERSHIP-CASE_OF_A_TOLL_ROAD_CONCESSION

Bowe, M - Lee, D. (2004). Project evaluation in the presence of multiple embedded real options: evidence from the Taiwan High-Speed Rail Project,. *Journal of Asian Economics*, 15(1), 71-98. doi:10.1016/j.asieco.2003.12.001

Brandao, L.-Saravia, E. (2008). The option value of government guarantees in infrastructure projects. *Construction Management and Economics*(11), 1171-1180. doi:10.1080/01446190802428051

Carbonara, N -Pellegrino, R. (2020). The role of public-private partnerships in fostering innovation. *Construction Management and Economics.*, 38(2), 140-156. doi:10.1080/01446193.2019.1610184

Castro Monge, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. *Revista Nacional de Administración*, 1(2), 31-54.

Cheah, C- Liu, J. (2006). Valuing governmental support in infrastructure projects as real options using Monte Carlo simulation. *Construction Management and Economics.*, 24(5), 545-554. doi:10.1080/01446190500435572

Garvin, M - Cheah, C. (2004). Valuation techniques for infrastructure investment decisions. *Construction Management and Economics*, 22(4), 373-383. doi:10.1080/01446190310001649010

Gatti, S. (2008). *Project Finance in Theory and Practice*.

Giraldo, A. (2019). Valoración del mecanismo de terminación anticipada en los contratos de concesión 4G en Colombia. *ODEON*(16), 67-95. doi:10.18601/17941113.n16.04

Grimsey, D.-Lewis, M. K. (2002). Evaluating the Risks of Public Private Partnerships for Infrastructure Projects. *International Journal of Project Management*, 20, 107-118. doi:10.1016/S0263-7863(00)00040-5

Ho, S.-Liu, L. (2002). An option pricing-based model for evaluating the financial viability of privatized infrastructure projects. *Construction Management and Economics.*, 20(2), 143-156. doi:10.1080/01446190110110533

Iossa, E.-Spagnolo, G.-Vellez, M. (2007). *Best Practices on Contract Design in Public-Private Partnerships*. Report prepared for de the World Bank. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/237579814_Best_Practices_on_Contract_Design_in_Public-Private_Partnerships

Iossa, E.-Spagnolo, G.-Vellez, M. (2014). The Risks and Tricks in Public-Private Partnerships. *IEFE - The Center for Research on Energy and Environmental Economics and Policy at Bocconi University*(Working Paper Series No. 64), 1-33. doi: 10.2139/ssrn.2416733

- Irwin, T.-Mokdad, T. (2010). *Managing contingent liabilities in public-private partnerships*. World Bank. Obtenido de <https://documents1.worldbank.org/curated/en/998191467987871769/pdf/101491-WP-PUBLIC-Box394815B-WB-ManagingContingentLiabilitiesAustraliaChileSoAfrica.pdf>
- Iyer, C.-Sagheer, M. (2011). A real options based traffic risk mitigation model for build-operate-transfer highway projects in India. *Construction Management and Economics*, 29(8), 771-779. doi:10.1080/01446193.2011.597412
- Lara-Galera, A.-Soliño, A. (2010). A Real Options Approach for the Valuation of Highway Concessions. *Transportation Science.*, 44(3), 416-427. doi:10.1287/trsc.1090.0299
- Liu, J.- Gao, R.- Cheah, C- Luo, J. (2016). Incentive mechanism for inhibiting investors' opportunistic behavior in PPP projects. *International Journal of Project Management*, 34(7). doi:10.1016/j.ijproman.2016.05.013
- Milanesi, G. (2017). Valuación de empresas: enfoque integral para mercados emergentes e inflacionarios. *Estudios Gerenciales*, 33(145), 377-390. doi:10.1016/j.estger.2017.10.001
- Milanesi, G. (2025). Un modelo de Opciones Reales y Teoría de Juegos para valorar acuerdos estratégicos y penalidades. *Revista De Métodos Cuantitativos Para La Economía y La Empresa.*, 39, 1-26. doi:10.46661/rev.metodoscuant.econ.empresa.10993
- Pantelias, A. (2015). A Conceptual Framework for Transport Infrastructure PPP Project Credit Assessments. *Journal of Finance and Economics*, 3(6), 105-111. doi:10.12691/jfe-3-6-1
- Pellegrino, R.- Vajdic, N.- Carbonara, N. (2013). Real option theory for risk mitigation in transport PPPs. *Built Environment Project and Asset Management*(2), 199-213. doi:10.1108/bepam-05-2012-0027
- Shan, L.-Garvin, M.- Kumar, R. (2010). Collar options to manage revenue risks in real toll public-private partnership transportation projects. *Construction Management and Economics*, 28(10), 1057-1069. doi:10.1080/01446193.2010.506645
- Vassallo, J.-Soliño, A. (2006). Minimum Income Guarantee in Transportation Infrastructure Concessions in Chile. *Journal of the Transportation Research Board*, 1960(1), 15-22. doi:10.1177/0361198106196000103
- Wang, Y.- Gao, H.- Liu, J. (2019). Incentive game of investor speculation in PPP highway projects based on the government minimum revenue guarantee. *Transportation Research Part A: Policy and Practice.*, 125, 20-34. doi:10.1016/j.tra.2019.05.006
- Wibowo, A. (2004). Valuing guarantees in a BOT infrastructure project. *Engineering Construction & Architectural Management*, 11(6), 395-403. doi:10.1108/09699980410571543

Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance* (First ed.). West Sussex, United Kingdom: Wiley.

Xiong, W.- Zhang, X.-Chen, H. (2015). Early-Termination Compensation in Public-Private Partnership Projects. *Journal of Construction Engineering and Management.*, 142(4:04015098). doi:10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001084

Yescombe, E. (2002). *Principles of Project Finance* (Primera ed.). Oxford: Academic Press.

Zapata Quimbayo, C. - Mejía Veja, C. (2024). Optimal Early Termination in PPP Projects Based on Real Options Theory . *ODEON*, 25, 117-141. doi:10.18601/17941113.n25.06

Zapata Quimbayo, C.-Mejía Vega, C. (2022). Credit risk in infrastructure pppprojects under the real options approach. *Construction Management and Economics*, 41(4), 293-306. doi:10.1080/01446193.2022.2151023

Zapata Quimbayo, Q. (2020). Opciones Reales: *Una guía teórico práctica para la valoración de inversiones bajo incertidumbre mediante modelos de tiempo discreto y simulación Monte Carlo* (Primera ed.). Colombia: Universidad Externado.

Zhang, X.-Xiong, W. (2015). Renegotiation and Early-Termination inPublic Private Partnerships. *International Journal of Architecture, Engineering and Construction*, 4(4), 204-213. doi: 10.7492/IJAEC.2015.021

Zhang, Y.-Feng, Z.-Zhang, S. (2018). The effects of concession period structures on BOT road contracts. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 107, 106-125. doi:10.1016/j.tra.2017.11.018

CURRICULUM VITAE

Gastón Silverio Milanesi

Post. Doctorado en Ciencias Económicas, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires. Doctor en Ciencias de la Administración, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur. Magister en Administración, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur. Contador Público. Profesor Titular Exclusiva, Departamento Ciencias de la Administración: Análisis Financiero, Administración Financiera I, Decisiones y Estrategias Financieras, Universidad Nacional del Sur. Profesor Titular Simple Departamento Licenciatura Organización Industrial: Proyecto Final Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca. Profesor Doctorado Ciencias de la Administración, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, área Finanzas. Profesor Doctorado en Administración, Facultad Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires, materia Teoría de Juegos y Opciones Reales. Profesor Maestría en Administración Financiera, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires materias: Derivados Financieros,

Instrumentos de Renta Fija e Instrumentos de Renta Variable. Profesor Maestría en Administración Financiera de Negocios, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur: Instrumentos de Renta Fija. Profesor Maestría en Administración de Negocios, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Bahía Blanca materia: Finanzas y Control. Profesor en otros posgrados con carácter temporario, integrante de comités académicos. Director Decano Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Argentina.

 <https://orcid.org/0000-0003-1759-6448>
milanesi@uns.edu.ar

Carlos Alberto Ferreira

Doctor en Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Argentina.
Mgter. en Gestión Financiera del Sector Público, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina.
Profesor Titular, Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Argentina.

 <https://orcid.org/0000-0003-2479-6288>
ferreira@uns.edu.ar

ANEXO

Tabla A.1. Cuadro de marcha sistema préstamo

Periodo	Cuota	Amortz	Interés	Saldo
0				\$ 39.491,00
1	\$ 4.455,59	\$ 2.481,04	\$ 1.974,55	\$ 37.009,96
2	\$ 4.455,59	\$ 2.605,09	\$ 1.850,50	\$ 34.404,87
3	\$ 4.455,59	\$ 2.735,34	\$ 1.720,24	\$ 31.669,53
4	\$ 4.455,59	\$ 2.872,11	\$ 1.583,48	\$ 28.797,41
5	\$ 4.455,59	\$ 3.015,72	\$ 1.439,87	\$ 25.781,70
6	\$ 4.455,59	\$ 3.166,50	\$ 1.289,08	\$ 22.615,19
7	\$ 4.455,59	\$ 3.324,83	\$ 1.130,76	\$ 19.290,37
8	\$ 4.455,59	\$ 3.491,07	\$ 964,52	\$ 15.799,30
9	\$ 4.455,59	\$ 3.665,62	\$ 789,96	\$ 12.133,67
10	\$ 4.455,59	\$ 3.848,90	\$ 606,68	\$ 8.284,77
11	\$ 4.455,59	\$ 4.041,35	\$ 414,24	\$ 4.243,42
12	\$ 4.455,59	\$ 4.243,42	\$ 212,17	\$ -

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.2. Proceso binomial tráfico (t=11 hasta 22)

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
12,83	14,76	16,97	19,52	22,46	25,83	29,71	34,18	39,31	45,22	52,02	59,84
9,69	11,15	12,83	14,76	16,97	19,52	22,46	25,83	29,71	34,18	39,31	45,22
7,33	8,43	9,69	11,15	12,83	14,76	16,97	19,52	22,46	25,83	29,71	34,18
5,54	6,37	7,33	8,43	9,69	11,15	12,83	14,76	16,97	19,52	22,46	25,83
4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43	9,69	11,15	12,83	14,76	16,97	19,52
3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43	9,69	11,15	12,83	14,76
2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43	9,69	11,15
1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43
1,37	1,57	1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37
1,03	1,19	1,37	1,57	1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81
0,78	0,90	1,03	1,19	1,37	1,57	1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64
0,59	0,68	0,78	0,90	1,03	1,19	1,37	1,57	1,81	2,08	2,39	2,75
	0,51	0,59	0,68	0,78	0,90	1,03	1,19	1,37	1,57	1,81	2,08
		0,45	0,51	0,59	0,68	0,78	0,90	1,03	1,19	1,37	1,57
			0,39	0,45	0,51	0,59	0,68	0,78	0,90	1,03	1,19
				0,34	0,39	0,45	0,51	0,59	0,68	0,78	0,90
					0,29	0,34	0,39	0,45	0,51	0,59	0,68
						0,25	0,29	0,34	0,39	0,45	0,51
							0,22	0,25	0,29	0,34	0,39
								0,19	0,22	0,25	0,29
									0,17	0,19	0,22
										0,15	0,17
											0,13

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.3. Proceso binomial tráfico (t=1 hasta 10)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43	9,69	11,15
	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37	7,33	8,43
		2,08	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81	5,54	6,37
			1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64	4,19	4,81
				1,57	1,81	2,08	2,39	2,75	3,16	3,64
					1,37	1,57	1,81	2,08	2,39	2,75
						1,19	1,37	1,57	1,81	2,08
							1,03	1,19	1,37	1,57
								0,90	1,03	1,19
									0,78	0,90
										0,68

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.4. Proceso binomial ingresos (t=12 hasta 22)

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
\$ 11.066	\$ 12.729	\$ 14.642	\$ 16.843	\$ 19.374	\$ 22.285	\$ 25.634	\$ 29.486	\$ 33.917	\$ 39.014	\$ 44.877
\$ 8.364	\$ 9.621	\$ 11.066	\$ 12.729	\$ 14.642	\$ 16.843	\$ 19.374	\$ 22.285	\$ 25.634	\$ 29.486	\$ 33.917
\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364	\$ 9.621	\$ 11.066	\$ 12.729	\$ 14.642	\$ 16.843	\$ 19.374	\$ 22.285	\$ 25.634
\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364	\$ 9.621	\$ 11.066	\$ 12.729	\$ 14.642	\$ 16.843	\$ 19.374
\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364	\$ 9.621	\$ 11.066	\$ 12.729	\$ 14.642
\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364	\$ 9.621	\$ 11.066
\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364
\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321
\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778
\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611
\$ 673	\$ 774	\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729
\$ 509	\$ 585	\$ 673	\$ 774	\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063
\$ 384	\$ 442	\$ 509	\$ 585	\$ 673	\$ 774	\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559
	\$ 334	\$ 384	\$ 442	\$ 509	\$ 585	\$ 673	\$ 774	\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178
		\$ 291	\$ 334	\$ 384	\$ 442	\$ 509	\$ 585	\$ 673	\$ 774	\$ 890
			\$ 253	\$ 291	\$ 334	\$ 384	\$ 442	\$ 509	\$ 585	\$ 673
				\$ 220	\$ 253	\$ 291	\$ 334	\$ 384	\$ 442	\$ 509
					\$ 191	\$ 220	\$ 253	\$ 291	\$ 334	\$ 384
						\$ 166	\$ 191	\$ 220	\$ 253	\$ 291
							\$ 144	\$ 166	\$ 191	\$ 220
								\$ 125	\$ 144	\$ 166
									\$ 109	\$ 125
										\$ 95

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.5. Proceso binomial ingresos (t=1 hasta 11)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
\$ 1.582	\$ 1.819	\$ 2.093	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271	\$ 8.364	\$ 9.621
\$ 1.195	\$ 1.375	\$ 1.582	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495	\$ 6.321	\$ 7.271
	\$ 1.039	\$ 1.195	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153	\$ 4.778	\$ 5.495
		\$ 903	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139	\$ 3.611	\$ 4.153
			\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372	\$ 2.729	\$ 3.139
				\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793	\$ 2.063	\$ 2.372
					\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355	\$ 1.559	\$ 1.793
						\$ 774	\$ 890	\$ 1.024	\$ 1.178	\$ 1.355
							\$ 673	\$ 774	\$ 890	\$ 1.024
								\$ 585	\$ 673	\$ 774
									\$ 509	\$ 585
										\$ 442

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.6. combinatoria coeficientes equivalentes ciertos (t=12 hasta 22)

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0,1223%	0,0699%	0,0400%	0,0229%	0,0131%	0,0075%	0,0043%	0,0024%	0,0014%	0,0008%	0,0005%
1,0987%	0,6807%	0,4192%	0,2568%	0,1567%	0,0952%	0,0576%	0,0348%	0,0209%	0,0126%	0,0075%
4,5244%	3,0577%	2,0400%	1,3460%	0,8797%	0,5701%	0,3668%	0,2344%	0,1489%	0,0941%	0,0592%
11,2915%	8,3942%	6,1094%	4,3671%	3,0736%	2,1343%	1,4646%	0,9946%	0,6691%	0,4464%	0,2956%
19,0216%	15,7120%	12,5789%	9,8090%	7,4790%	5,5928%	4,1121%	2,9785%	2,1291%	1,5040%	1,0512%
22,7866%	21,1746%	18,8358%	16,1569%	13,4390%	10,8873%	8,6205%	6,6902%	5,1011%	3,8286%	2,8333%
19,9040%	21,1382%	21,1538%	20,1613%	18,4468%	16,3028%	13,9841%	11,6877%	9,5480%	7,6440%	6,0105%
12,7734%	15,8263%	18,1006%	19,4078%	19,7304%	19,1809%	17,9486%	16,2512%	14,2973%	12,2639%	10,2859%
5,9772%	8,8870%	11,8580%	14,5308%	16,6189%	17,9511%	18,4776%	18,2511%	17,3949%	16,0687%	14,4397%
1,9890%	3,6965%	5,9188%	8,4617%	11,0602%	13,4401%	15,3715%	16,7014%	17,3649%	17,3777%	16,8172%
0,4467%	1,1070%	2,2157%	3,8012%	5,7966%	8,0502%	10,3579%	12,5045%	14,3014%	15,6130%	16,3686%
0,0608%	0,2261%	0,6032%	1,2936%	2,3672%	3,8355%	5,6400%	7,6600%	9,7341%	11,6896%	13,3694%
0,0038%	0,0282%	0,1129%	0,3229%	0,7385%	1,4358%	2,4633%	3,8234%	5,4660%	7,2934%	9,1756%
	0,0016%	0,0130%	0,0558%	0,1701%	0,4135%	0,8512%	1,5414%	2,5184%	3,7804%	5,2845%
		0,0007%	0,0060%	0,0273%	0,0884%	0,2276%	0,4946%	0,9428%	1,6174%	2,5435%
			0,0003%	0,0027%	0,0132%	0,0454%	0,1234%	0,2823%	0,5651%	1,0156%
				0,0001%	0,0012%	0,0064%	0,0231%	0,0661%	0,1587%	0,3327%
					0,0001%	0,0006%	0,0031%	0,0116%	0,0349%	0,0879%
						0,0000%	0,0003%	0,0015%	0,0058%	0,0183%
							0,0000%	0,0001%	0,0007%	0,0029%
								0,0000%	0,0001%	0,0003%
									0,0000%	0,0000%
									0,0000%	0,0000%
100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla A.7. combinatoria coeficientes equivalentes ciertos (t=1 hasta 11)

[illegible]

Fuente: Elaboración propia.